

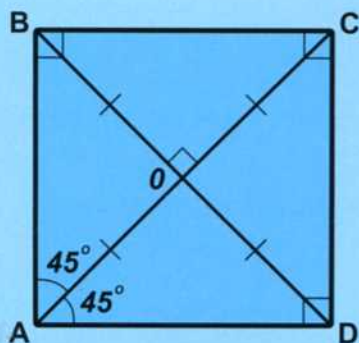
Под редакцией
Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова

7-9
КЛАССЫ

ГЕОМЕТРИЯ

БЫСТРЫЙ КОНТРОЛЬ НА УРОКЕ

- 70 ПРОВЕРОЧНЫХ РАБОТ
- ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ



Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

ГЕОМЕТРИЯ

7–9 КЛАССЫ

БЫСТРЫЙ КОНТРОЛЬ НА УРОКЕ

Учени _____ класса _____

_____ ШКОЛЫ _____

TM



ЛЕГИОН-М
Ростов-на-Дону
2018

Рецензенты:

Е. М. Фридман — учитель высшей категории;

Н. М. Резникова — отличник народного просвещения

Геометрия. Быстрый контроль на уроке. 7–9-е классы. / Е. Г. Коннова, Г35 Д. И. Ханин; под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-н/Д: Легион-М, 2018. — 112 с. — (Промежуточная аттестация).

ISBN 978-5-91742-150-0

Пособие представляет собой сборник проверочных работ по геометрии для проведения быстрого текущего контроля в 7–9-х классах.

Книга содержит:

- 70 проверочных работ в двух вариантах по всем темам за курс геометрии 7–9-х классов;
- ответы ко всем работам.

Наши проверочные работы помогут учителям математики легко и быстро проверить качество усвоения школьниками изученного материала.

Пособие удобно для использования на уроке, так как один вариант можно решить в течение 10–20 минут.

Пособие будет полезно также учащимся 7–9-х классов и их родителям.

Содержание

Введение	6
Тренировочные тематические работы	7
§ 1. Основные геометрические фигуры	7
1.1. Прямая, луч, отрезок	7
1.2. Угол, биссектриса угла	8
1.3. Смежные и вертикальные углы	9
1.4. Ломанные и многоугольники	11
§ 2. Равенство треугольников	12
2.1. Треугольники	12
2.2. Первый признак равенства треугольников	13
2.3. Второй признак равенства треугольников	14
2.4. Третий признак равенства треугольников	15
2.5. Равнобедренный треугольник	16
2.6. Соотношения между сторонами и углами треугольника	17
2.7. Неравенство треугольника	18
2.8. Прямоугольные треугольники	19
2.9. Перпендикуляр и наклонная	20
§ 3. Окружность и круг	22
3.1. Основные понятия, связанные с окружностью	22
3.2. Взаимное расположение прямой и окружности	23
3.3. Взаимное расположение двух окружностей	24
3.4. Практические задачи, связанные с окружностью	25
§ 4. Симметрия и другие движения	26
4.1. Симметрия относительно прямой (осевая симметрия)	26
4.2. Симметрия относительно точки (центральная симметрия)	28
4.3. Поворот	30

4.4. Параллельный перенос	31
§ 5. Параллельность	32
5.1. Параллельные прямые, их свойства	32
5.2. Признаки параллельности прямых	34
5.3. Сумма углов треугольника	36
5.4. Сумма углов многоугольника	37
5.5. Параллелограмм	38
5.6. Трапеция	39
5.7. Прямоугольник	40
5.8. Ромб и квадрат	41
§ 6. Площадь	42
6.1. Площадь квадрата и прямоугольника	42
6.2. Площадь параллелограмма	43
6.3. Площадь треугольника	44
6.4. Площадь ромба	45
6.5. Площадь трапеции	46
§ 7. Применение теоремы Пифагора и практические задачи	48
7.1. Теорема Пифагора	48
7.2. Практические задачи на тему «Теорема Пифагора»	49
7.3. Определение площади с использованием теоремы Пифагора	50
7.4. Практические задачи на тему «Площадь и объём»	52
§ 8. Подобные треугольники	54
8.1. Пропорциональные отрезки	54
8.2. Подобные треугольники	56
8.3. Практические задачи на тему «Подобие треугольников»	58
8.4. Площади подобных фигур	59
8.5. Средняя линия треугольника	60
8.6. Медианы треугольника	62
§ 9. Элементы тригонометрии	64
9.1. Синус, косинус и тангенс острого угла	64
9.2. Тригонометрические тождества	64
9.3. Применение тригонометрических функций для решения задач	66
9.4. Тригонометрия на клетчатой бумаге	67
9.5. Теорема косинусов	69
9.6. Теорема синусов	70
§ 10. Окружность	71

10.1. Касательная к окружности	71
10.2. Углы, связанные с окружностью	73
10.3. Свойства биссектрисы угла	75
10.4. Свойства хорд окружности	77
10.5. Вписанная окружность	79
10.6. Описанная окружность	81
10.7. Длина окружности и площадь круга	83
§ 11. Векторы	84
11.1. Понятие вектора	84
11.2. Равные векторы	85
11.3. Сложение и вычитание векторов	87
11.4. Умножение вектора на число	89
§ 12. Метод координат	91
12.1. Координаты вектора	91
12.2. Свойства координат вектора	93
12.3. Прямоугольная система координат	94
12.4. Длина отрезка и вектора. Простейшие задачи в координатах	95
12.5. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами	96
12.6. Уравнение прямой	97
12.7. Уравнение окружности	98
§ 13. Начальные сведения из стереометрии	99
13.1. Многогранники	99
13.2. Сфера, конус, цилиндр	101
Ответы	103

Введение

Уважаемые учителя, эта книга для вас! Данное пособие представляет собой сборник проверочных работ. Обратите внимание: варианты этих работ парные, что позволяет разобрать один вариант вместе с учениками на уроке, а второй оставить им в качестве самостоятельной работы. Задания в вариантах несложные, небольшого объёма и рассчитаны на выполнение за короткое время. В оглавлении указаны темы проверочных работ, что поможет учителям, работающим по разным УМК, легко ориентироваться в пособии и быстро находить работу по изученной теме. В конце книги приведены ответы ко всем заданиям, и это даст возможность вам и ученикам быстро проверить правильность выполнения работ. Авторы надеются, что вы оцените то, насколько этот сборник удобен.

Авторы предлагают использовать сборник в том числе при комбинированном опросе на уроках, что будет способствовать вовлечению в него большего количества учащихся и, как следствие, накоплению отметок, а также станет стимулом к изучению математики в течение всего учебного года. Вы можете самостоятельно решить, для каких задач нужно записывать развёрнутые решения, а для каких достаточно ограничиться кратким ответом или чертежом. Часть работ можно выполнить во время устного опроса.

Дорогие учащиеся и уважаемые родители! Воспользовавшись этим сборником проверочных работ, вы сможете в любой момент объективно оценить свой реальный уровень знаний по уже пройденному программному материалу, сравнив свои результаты с ответами, приведёнными в конце книги. Надеемся, что содержащиеся в пособии задания по темам, изучаемым в 7–9-х классах, помогут сформировать необходимые навыки для успешного изучения математики в дальнейшем.

Успехов вам!

Замечания и предложения, касающиеся данной книги, можно присылать на адрес электронной почты legionrus@legionrus.com

Тренировочные тематические работы

§ 1. Основные геометрические фигуры

1.1. Прямая, луч, отрезок

Вариант 1

1. Начертите отрезок $AB = 4$ см и отрезок $CK = 6,5$ см.
2. Измерьте и запишите длины отрезков AB , AC , DE , обозначенных на рисунке 1.
3. Запишите, пересекает ли отрезок AC :
 - а) отрезок DE ;
 - б) прямую DE ;
 - в) луч ED .
4. Начертите отрезок $AB = 6$ см. Отметьте точку C — середину отрезка AB и точку K — середину отрезка BC .
 - а) Запишите длину отрезка CK .
 - б) Проведите через точку K отрезок KT , а через точку C — прямую CD , которая пересекает отрезок KT .

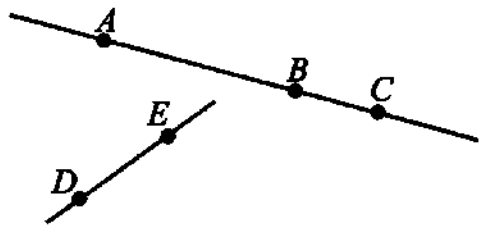


Рис. 1.

Вариант 2

1. Начертите отрезок $CK = 5$ см и отрезок $MN = 3,5$ см.
2. Измерьте и запишите длины отрезков AC , AB , MP , обозначенных на рисунке 2.
3. Запишите, пересекает ли отрезок AB :
 - а) отрезок MP ;
 - б) луч MP ;
 - в) прямую PM .
4. Начертите отрезок $KT = 6$ см. Отметьте точку A — середину отрезка KT и точку B — середину отрезка AT .
 - а) Запишите длину отрезка KB .
 - б) Проведите через точку K отрезок KP , а через точку B — прямую BD , которая пересекает луч KP .

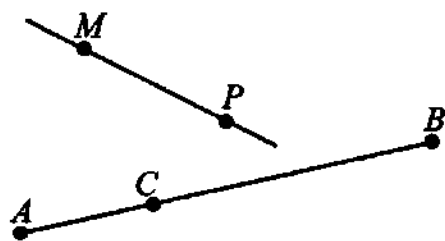


Рис. 2.

1.2. Угол, биссектриса угла

Вариант 1

1. Постройте острый угол ABC , прямой угол DEF и тупой угол MPK .

2. Напишите названия углов и их виды (см. рис. 3).

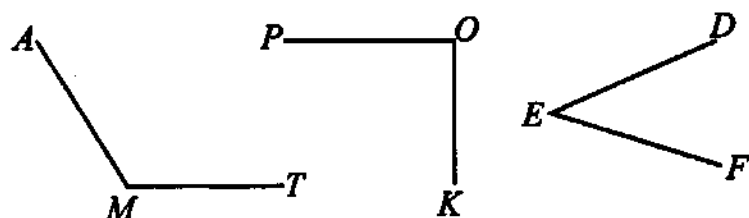


Рис. 3.

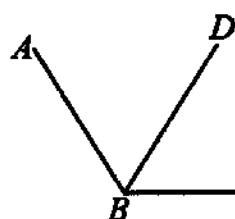


Рис. 4.

3. Угол ABC равен 120° , BD — биссектриса этого угла (см. рис. 4). Найдите величину угла ABD .

4. Градусная мера угла MPK равна 80° , $\angle MPE = 65^\circ$. Найдите величину угла KPE , если луч PE лежит внутри угла MPK . Сделайте чертёж.

Вариант 2

1. Постройте острый угол BCD , прямой угол EFK и тупой угол MPT .

2. Напишите названия углов и их виды (см. рис. 5).

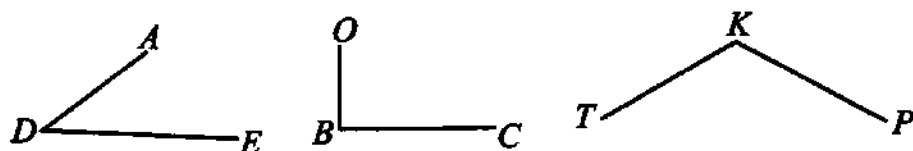


Рис. 5.

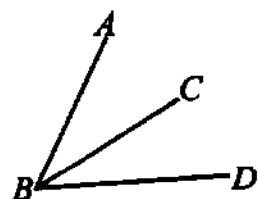


Рис. 6.

3. BC — биссектриса угла ABD , угол $ABC = 35^\circ$ (см. рис. 6). Найдите величину угла ABD .

4. Градусная мера угла ABK равна 60° , $\angle KBD = 25^\circ$. Найдите величину угла ABD , если луч BK лежит внутри угла ABD . Сделайте чертёж.

1.3. Смежные и вертикальные углы

Вариант 1

1. На рисунке 7 обозначены некоторые углы. Выпишите пары:

- а) смежных углов;
б) вертикальных углов.

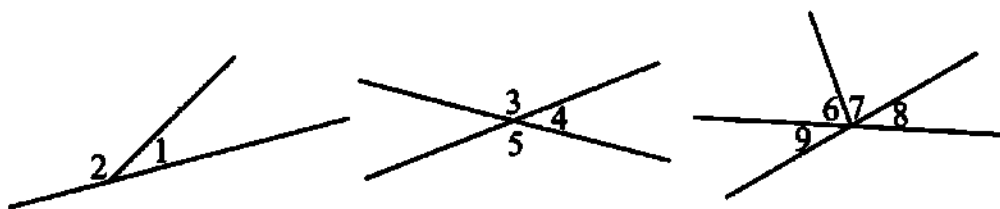


Рис. 7.

2. На прямой AC (см. рис. 8) лежит точка B , $\angle ABD = 35^\circ$. Найдите угол CBD .

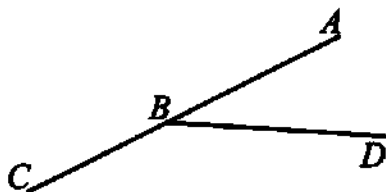


Рис. 8.

3. Прямые AB и CD пересекаются в точке O (см. рис. 9). Найдите угол COA , если угол DOB равен 53° .

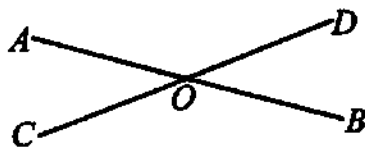


Рис. 9.

4. Один из смежных углов в 3 раза больше другого. Найдите эти углы.

Вариант 2

1. На рисунке 10 обозначены некоторые углы. Выпишите пары:

а) смежных углов;

б) вертикальных углов.

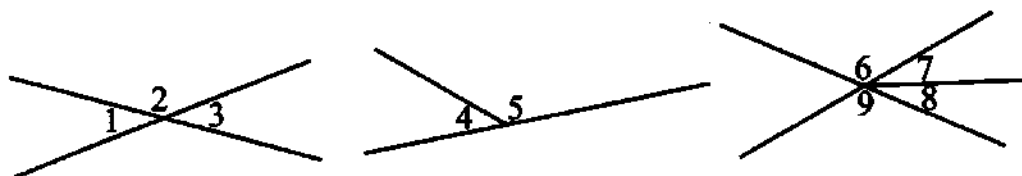


Рис. 10.

2. На прямой (см. рис. 11) MK лежит точка P , $\angle TPK = 112^\circ$. Найдите угол MPT .

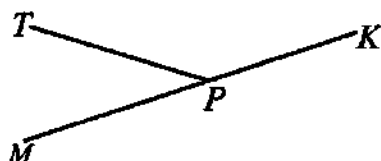


Рис. 11.

3. Прямые AD и CE (см. рис. 12) пересекаются в точке B . Найдите угол ABC , если угол DBE равен 148° .

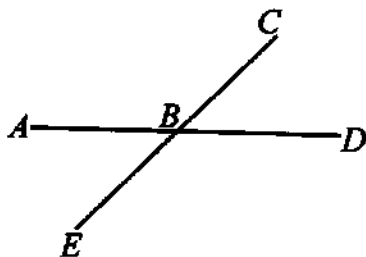


Рис. 12.

4. Один из смежных углов в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.

1.4. Ломаные и многоугольники

Вариант 1

1. Напишите название ломаной на рисунке 13 и найдите её длину.

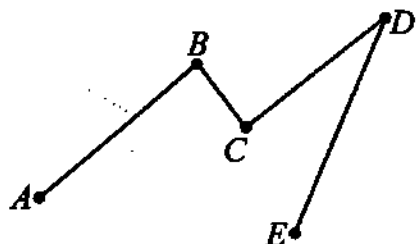


Рис. 13.

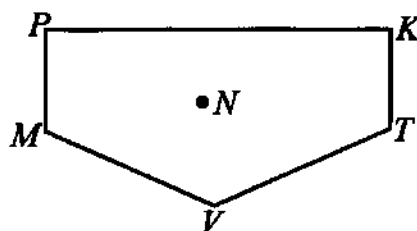


Рис. 14.

2. а) Напишите название многоугольника на рисунке 14.

б) Выпишите стороны многоугольника.

в) Найдите периметр многоугольника.

г) Какая точка лежит внутри многоугольника?

д) Сколько диагоналей можно провести в этом многоугольнике?

3. Нарисуйте семиугольник и проведите в нём две пересекающиеся диагонали.

Вариант 2

1. Напишите название ломаной на рисунке 15 и найдите её длину.

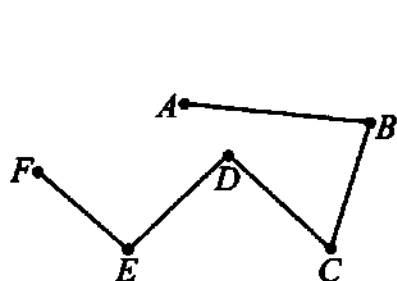


Рис. 15.

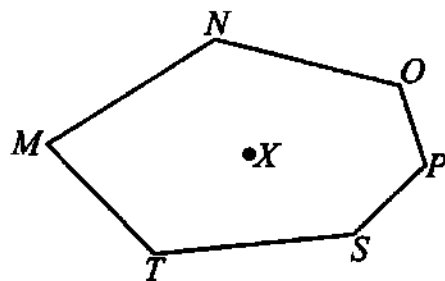


Рис. 16.

2. а) Напишите название многоугольника на рисунке 16.

б) Выпишите вершины многоугольника.

в) Найдите периметр многоугольника.

г) Какая точка лежит внутри многоугольника?

д) Сколько диагоналей можно провести в этом многоугольнике?

3. Нарисуйте восьмиугольник и проведите в нём две пересекающиеся диагонали.

§ 2. Равенство треугольников

2.1. Треугольники

Вариант 1

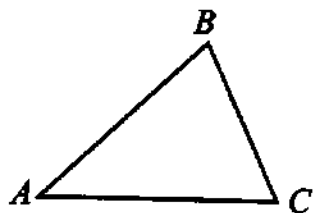


Рис. 17.

1. а) Напишите название треугольника, изображённого на рисунке 17.

б) Измерьте стороны треугольника и найдите его периметр.

2. Нарисуйте: а) остроугольный, б) тупоугольный, в) прямоугольный треугольники.

3. Нарисуйте треугольник MPK с тупым углом P (см. рис. 18) и проведите из вершины тупого угла медиану, биссектрису и высоту.

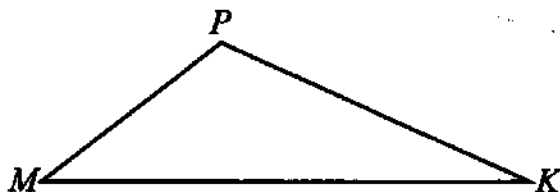


Рис. 18.

Вариант 2

1. а) Напишите название треугольника, изображённого на рисунке 19.

б) Измерьте стороны треугольника и найдите его периметр.

2. Нарисуйте: а) остроугольный, б) тупоугольный, в) прямоугольный треугольники.

3. Нарисуйте треугольник ABC с тупым углом B (см. рис. 20) и из вершины тупого угла проведите медиану, биссектрису и высоту.

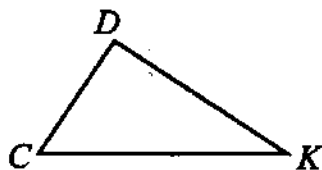


Рис. 19.

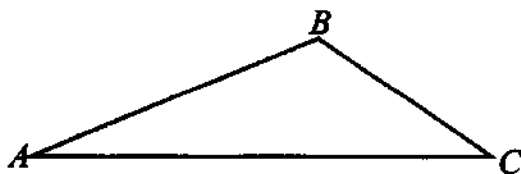


Рис. 20.

2.2. Первый признак равенства треугольников

Вариант 1

1. Выпишите равные треугольники, пользуясь данными рисунка 21.

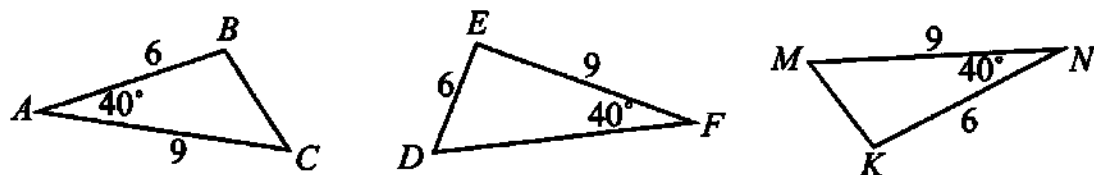


Рис. 21.

2. На рисунке 22 найдите равные треугольники. Укажите их и докажите, что они равны.

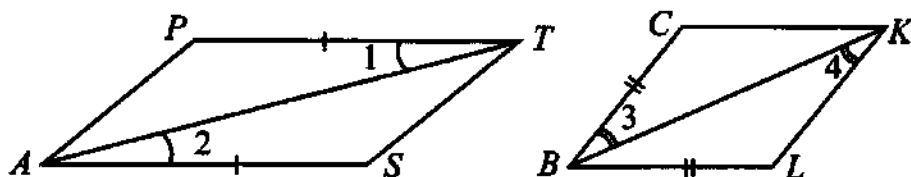


Рис. 22.

Вариант 2

1. Выпишите равные треугольники, пользуясь данными рисунка 23.

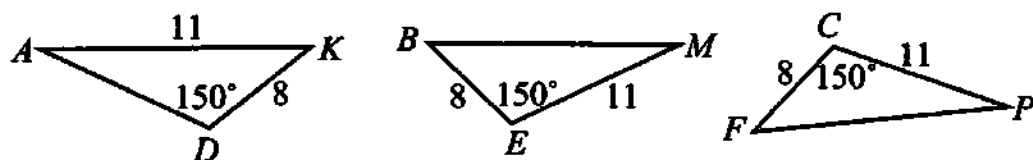


Рис. 23.

2. На рисунке 24 найдите равные треугольники. Укажите их и докажите, что они равны.

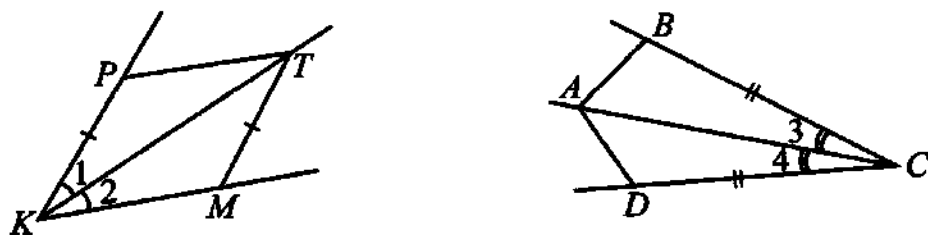


Рис. 24.

2.3. Второй признак равенства треугольников

Вариант 1

1. Выпишите равные треугольники, пользуясь данными рисунка 25.

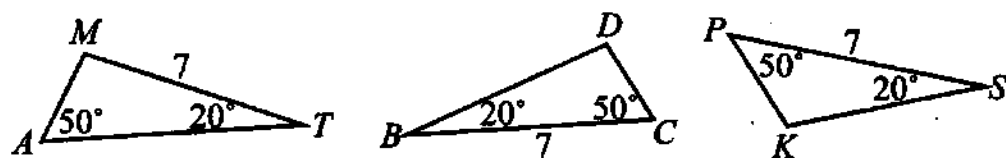


Рис. 25.

2. На рисунке 26 найдите равные треугольники. Укажите их и докажите, что они равны.

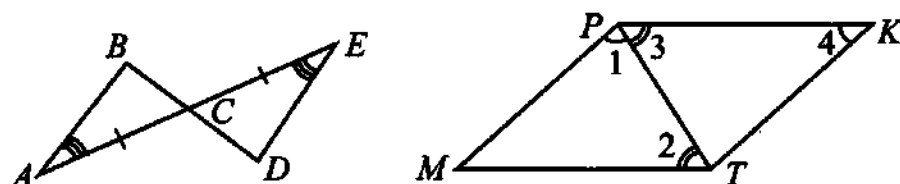


Рис. 26.

Вариант 2

1. Выпишите равные треугольники, пользуясь данными рисунка 27.

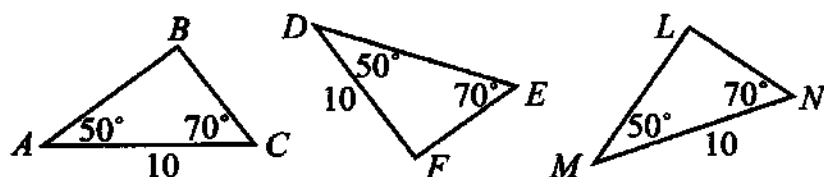


Рис. 27.

2. На рисунке 28 найдите равные треугольники (одну пару). Укажите их и докажите, что они равны.

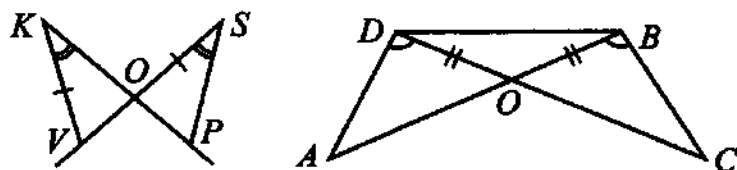


Рис. 28.

2.4. Третий признак равенства треугольников

Вариант 1

1. Выпишите равные треугольники, пользуясь данными рисунка 29.

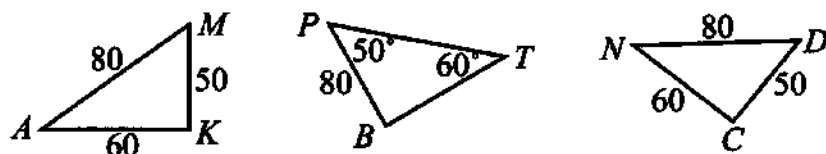


Рис. 29.

2. На рисунке 30 найдите равные треугольники. Укажите их и докажите, что они равны.

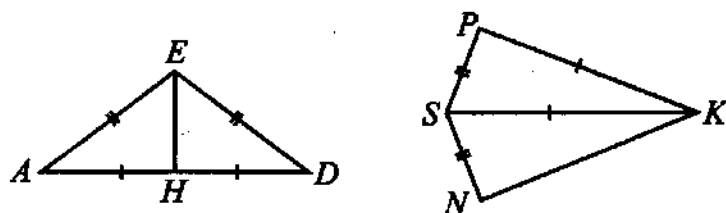


Рис. 30.

Вариант 2

1. Выпишите равные треугольники, пользуясь данными рисунка 31.

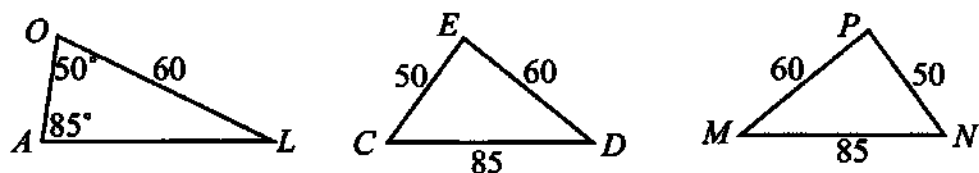


Рис. 31.

2. На рисунке 32 найдите равные треугольники. Укажите их и докажите, что они равны.

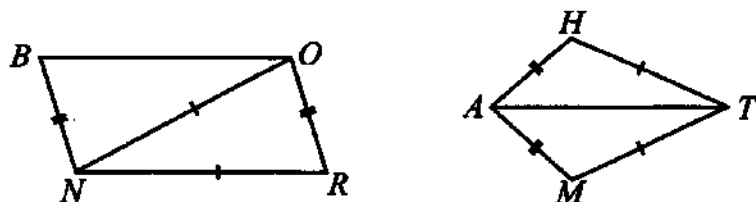


Рис. 32.

2.5. Равнобедренный треугольник

Вариант 1

1. Выпишите равнобедренные и равносторонние треугольники на рисунке 33 и укажите, какие углы в них равны.

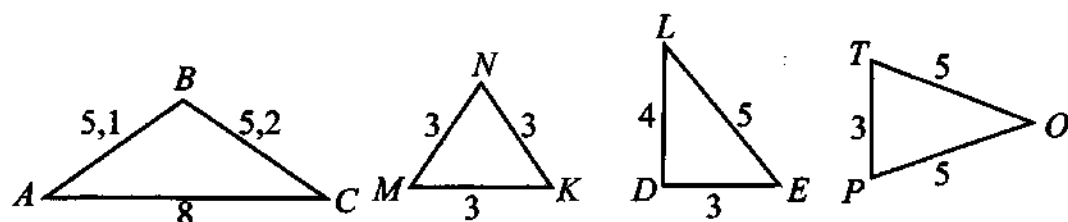


Рис. 33.

2. Периметр равнобедренного треугольника равен 12 см, а основание — 5 см. Найдите боковую сторону.

3. В равнобедренном треугольнике ABC стороны AB и BC равны, $\angle A = 70^\circ$, $AC = 8$ см. Из вершины B проведена биссектриса BM . Постройте чертёж. Найдите угол C и длину отрезка CM .

Вариант 2

1. Выпишите равнобедренные и равносторонние треугольники на рисунке 34 и укажите, какие углы в них равны.

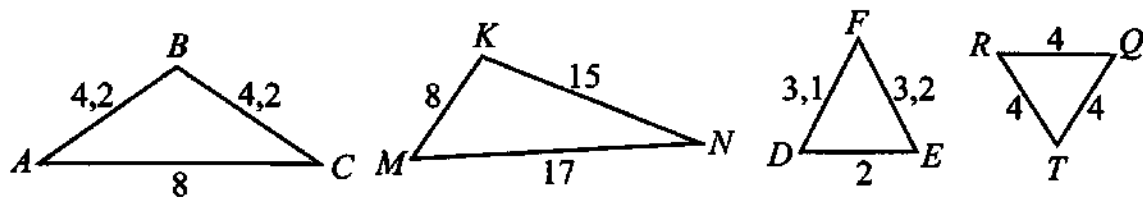


Рис. 34.

2. Периметр равнобедренного треугольника равен 14 см, а боковая сторона — 5 см. Найдите основание.

3. В равнобедренном треугольнике MPK стороны MP и PK равны, $\angle K = 40^\circ$, $MK = 9$ см. Из вершины P проведена биссектриса PH . Постройте чертёж. Найдите угол M и длину отрезка MH .

2.6. Соотношения между сторонами и углами треугольника**Вариант 1**

1. Известно, что в треугольнике ABC $AB > BC > AC$. Сравните углы: а) $\angle C$ и $\angle A$; б) $\angle A$ и $\angle B$.
2. Сравните стороны треугольника MPK , если $\angle M > \angle P = \angle K$.
3. В треугольнике ABC $\angle A = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$. Найдите внешний угол BCD треугольника. Сделайте чертёж.
4. Могут ли в треугольнике градусные величины двух углов быть равны 120° и 70° ?

Вариант 2

1. Известно, что в треугольнике ABC $\angle A > \angle B > \angle C$. Сравните стороны: а) AB и BC ; б) BC и AC .
2. Сравните углы треугольника MPK , если $MP = PK < MK$.
3. В треугольнике CDE $\angle C = 30^\circ$, $\angle D = 50^\circ$. Найдите внешний угол DCK треугольника. Сделайте чертёж.
4. Могут ли в треугольнике градусные величины двух углов быть равны 60° и 125° ?

2.7. Неравенство треугольника**Вариант 1**

1. Можно ли построить треугольник со сторонами:

а) 12 см, 3 см, 8 см; б) 12 см, 3 см, 12 см?

2. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 18 см, а другая — 5 см.

а) Какая из них является основанием? Укажите длину основания.

б) Найдите периметр этого треугольника.

3. $AB = 3$ см, $BC = 5$ см, $AD = 4$ см, $AC = 7$ см, $BD = 7$ см. Укажите точки, которые лежат на одной прямой.

Вариант 2

1. Можно ли построить треугольник со сторонами:

а) 21 см, 15 см, 8 см; б) 5 см, 15 см, 5 см?

2. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 8 см, а другая — 18 см.

а) Какая из них является основанием? Укажите длину основания.

б) Найдите периметр этого треугольника.

3. $AB = 5$ см, $BC = 8$ см, $BD = 9$ см, $AC = 13$ см, $CD = 16$ см. Укажите точки, которые лежат на одной прямой.

2.8. Прямоугольные треугольники

Вариант 1

1. Нарисуйте какой-нибудь прямоугольный треугольник, напишите, где у него катеты, где гипотенуза.

2. Стороны прямоугольного треугольника равны: 12 см, 35 см, 37 см. Чему равна гипотенуза?

3. Найдите на рисунке 35 равные треугольники. Ответ обоснуйте.

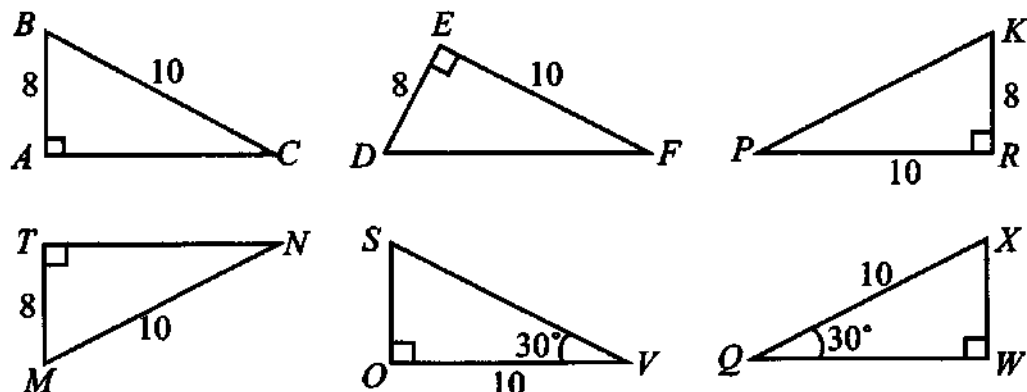


Рис. 35.

Вариант 2

1. Нарисуйте какой-нибудь прямоугольный треугольник, напишите, где у него катеты, где гипотенуза.

2. Стороны прямоугольного треугольника равны: 28 см, 45 см, 53 см. Чему равен больший катет?

3. Найдите на рисунке 36 равные треугольники. Ответ обоснуйте.

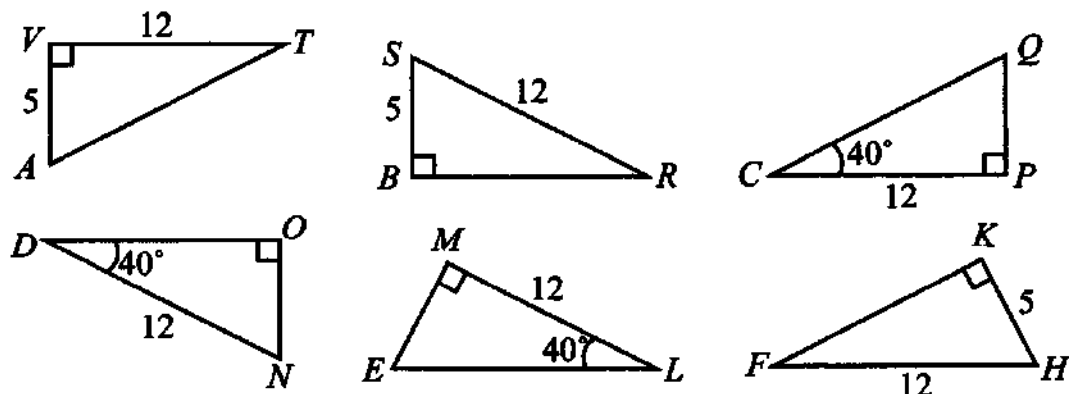


Рис. 36.

2.9. Перпендикуляр и наклонная

Вариант 1

1. На рисунке 37 из точки A к прямой a проведены перпендикуляр и наклонные.

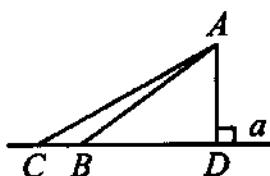


Рис. 37.

а) Укажите, какие отрезки являются наклонными.

б) Измерьте расстояние от точки A до прямой a .

2. С помощью угольника постройте острый угол ABC , отметьте точку M внутри угла и проведите перпендикуляры из точки M к сторонам угла.

3. Может ли в прямоугольном треугольнике быть катет $AB = 8$ см, гипотенуза $AC = 7$ см? Ответ поясните.

4. Расстояния от точек A и B до прямой DE одинаковые. AB пересекает DE в точке C (см. рис. 38).

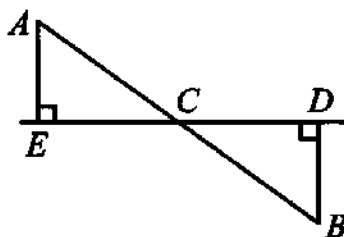


Рис. 38.

Докажите, что:

а) треугольники AEC и BDC равны;

б) C является серединой отрезка DE .

Вариант 2

1. На рисунке 39 из точки M к прямой a проведены перпендикуляр и наклонные.

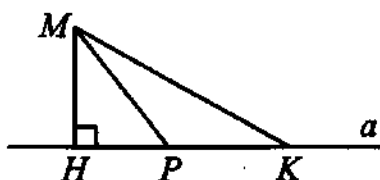


Рис. 39.

а) Укажите, какие отрезки являются наклонными.

б) Измерьте расстояние от точки M до прямой a .

2. С помощью угольника постройте острый угол AOB , отметьте точку C внутри угла и проведите перпендикуляры из точки C к сторонам угла.

3. Может ли в прямоугольном треугольнике катет $BC = 12$ см, гипотенуза $AB = 11$ см? Ответ поясните.

4. BD — биссектриса угла ABC , DA и DC — перпендикуляры к сторонам угла (см. рис. 40).

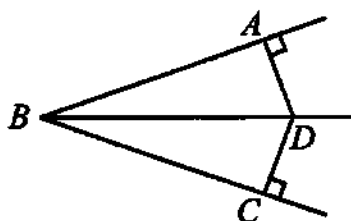


Рис. 40.

Докажите, что:

а) треугольники ABD и CBD равны;

б) расстояния от точки D до сторон угла равны.

§ 3. Окружность и круг

3.1. Основные понятия, связанные с окружностью

Вариант 1

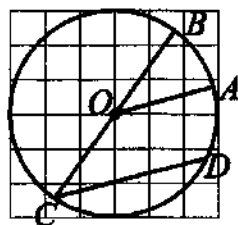


Рис. 41.

1. На рисунке 41 изображена окружность.

Выпишите:

- а) центр;
- б) радиусы;
- в) диаметр;
- г) хорды окружности.

2. Найдите радиус окружности, если он на 12 см меньше диаметра.

3. Отметьте точки A и B так, чтобы $AB = 4$ см. Нарисуйте окружность, которая проходит через точки A и B и имеет радиус 2 см.

4. AB и CD — диаметры окружности с центром O . Найдите периметр треугольника AOC , если $AB = 6$ см, $BD = 1,5$ см.

Вариант 2

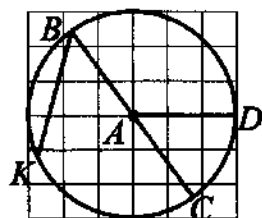


Рис. 42.

1. На рисунке 42 изображена окружность.

Выпишите:

- а) центр;
- б) радиусы;
- в) диаметр;
- г) хорды окружности.

2. Найдите диаметр окружности, если он на 11 мм больше её радиуса.

3. Отметьте точки M и T так, чтобы $MT = 8$ см. Нарисуйте окружность, которая проходит через точки M и T и имеет радиус 4 см.

4. AC и BD — диаметры окружности с центром O . Найдите периметр треугольника BOC , если $BD = 7$ см, $BC = 5$ см.

3.2. Взаимное расположение прямой и окружности

Вариант 1

1. Нарисуйте окружность с радиусом 2,5 см. Проведите прямые: a — пересекающую окружность, b — касающуюся окружности и c — не пересекающую окружность.

2. Каково взаимное расположение прямой и окружности, если радиус окружности равен 5 см, а расстояние от центра окружности до прямой равно:

а) 2 см; б) 5 см; в) 7 см?

3. Общие касательные к двум окружностям пересекаются в точке A .

B, C, D и K — точки касания (см. рис. 43).

$AB = 6$ см, $AK = 11$ см. Найдите BC .

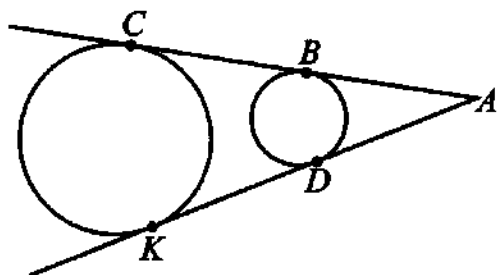


Рис. 43.

Вариант 2

1. Нарисуйте окружность с радиусом 3,2 см. Проведите прямые: a — касающуюся окружности, m — пересекающую окружность и p — не пересекающую окружность.

2. Каково взаимное расположение прямой и окружности, если радиус окружности равен 4 см, а расстояние от центра окружности до прямой равно:

а) 8 см; б) 4 см; в) 3 см?

3. Общие касательные к двум окружностям пересекаются в точке A .

B, C, D и F — точки касания (см. рис. 44).

$AC = 2,5$ см, $AD = 4$ см. Найдите BD .

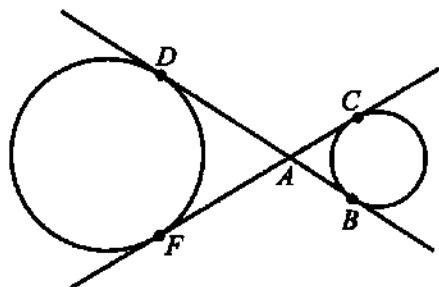


Рис. 44.

3.3. Взаимное расположение двух окружностей

Вариант 1

1. Рассмотрите рисунок 45. Запишите, в каких случаях окружности:

а) пересекаются; б) касаются; в) concentric.

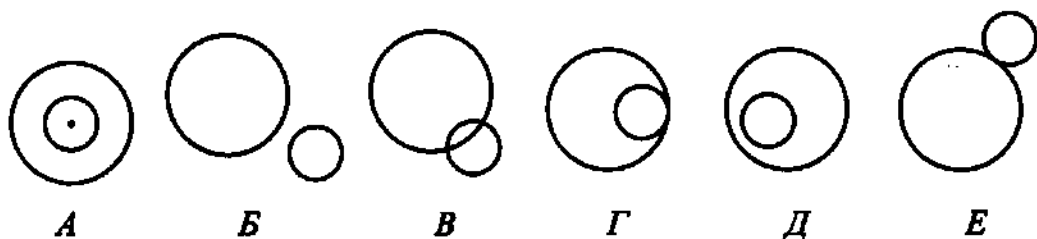


Рис. 45.

2. Чему равно расстояние между центрами двух окружностей, радиусы которых равны 5 см и 3 см, если окружности: а) касаются внешне; б) касаются внутренне? Сделайте чертежи.

3. Расстояние между центрами двух окружностей равно 4 см. Как расположены эти окружности, если их радиусы равны:

а) 1,5 см и 5 см; б) 1,5 см и 2 см?

Вариант 2

1. Рассмотрите рисунок 46. Запишите, в каких случаях окружности:

а) пересекаются; б) касаются; в) concentric.

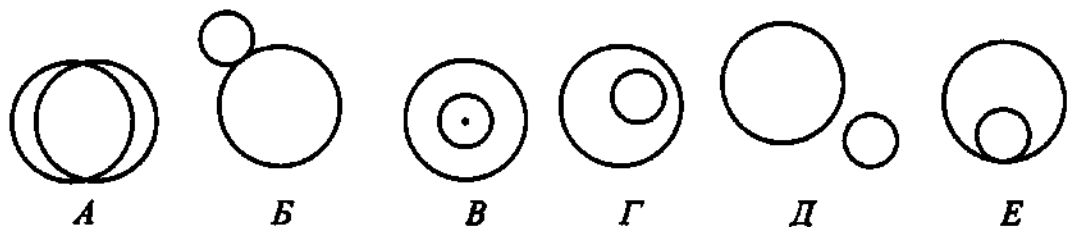


Рис. 46.

2. Чему равно расстояние между центрами двух окружностей, радиусы которых равны 2 см и 4 см, если окружности: а) касаются внешне; б) касаются внутренне? Сделайте чертежи.

3. Расстояние между центрами двух окружностей равно 5 см. Как расположены эти окружности, если их радиусы равны:

а) 8,5 см и 1,5 см; б) 4 см и 1,5 см?

3.4. Практические задачи, связанные с окружностью**Вариант 1**

1. На сколько градусов повернётся Земля вокруг своей оси за 8 часов?
2. За сколько часов Земля повернётся вокруг своей оси на 90° ?
3. Колесо имеет 20 спиц. Найдите величину угла, который образуют две соседние спицы. На рисунке 47 изображено колесо, у которого 10 спиц.

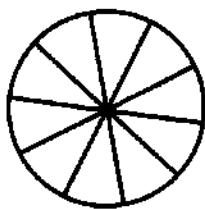


Рис. 47.

4. Какой угол образуют часовая и минутная стрелки в 4:00?
5. Какой угол описывает часовая стрелка за 20 мин?

Вариант 2

1. На сколько градусов повернётся Земля вокруг своей оси за 10 часов?
2. За сколько часов Земля повернётся вокруг своей оси на 180° ?
3. Колесо имеет 30 спиц. Найдите величину угла, который образуют две соседние спицы. На рисунке 48 изображено колесо, у которого 10 спиц.

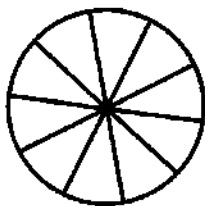


Рис. 48.

4. Какой угол образуют минутная и часовая стрелки в 7:00?
5. Какой угол описывает часовая стрелка за 40 мин?

§ 4. Симметрия и другие движения

4.1. Симметрия относительно прямой (осевая симметрия)

Вариант 1

1. На рисунке 49 дана прямая a и точки M , C и K . Постройте точки M_1 , C_1 и K_1 , симметричные M , C и K соответственно относительно прямой a .

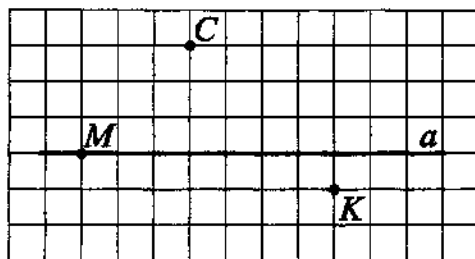


Рис. 49.

2. На рисунке 50 изображён треугольник ABC и отрезок DK . Постройте фигуры, которые им симметричны относительно прямой l .

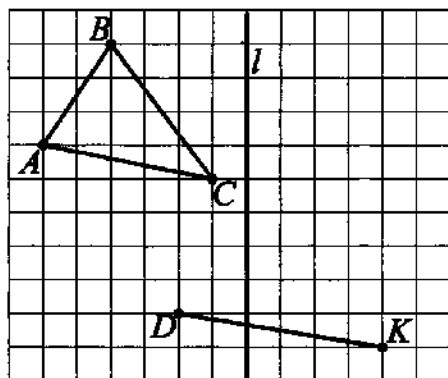


Рис. 50.

3. Проведите оси симметрии в каждой из фигур, изображённых на рисунке 51.

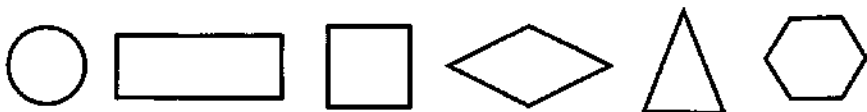


Рис. 51.

4. Напишите четыре буквы русского алфавита, имеющие ось симметрии. Проведите эту ось.

Вариант 2

1. На рисунке 52 дана прямая a и точки M , C и K . Постройте точки M_1 , C_1 и K_1 , симметричные M , C и K соответственно относительно прямой a .

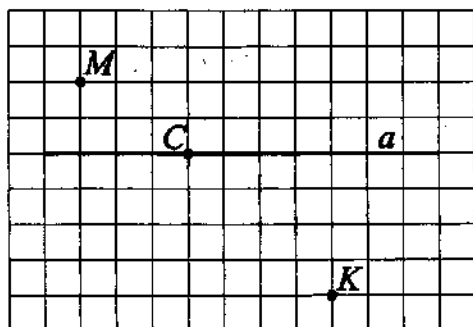


Рис. 52.

2. На рисунке 53 изображён треугольник ABC и отрезок DK . Постройте фигуры, которые им симметричны относительно прямой l .

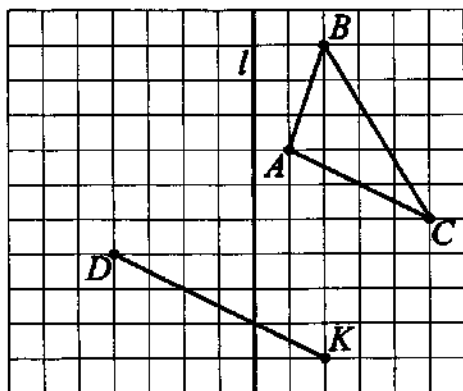


Рис. 53.

3. Проведите оси симметрии в каждой из фигур, изображённых на рисунке 54.

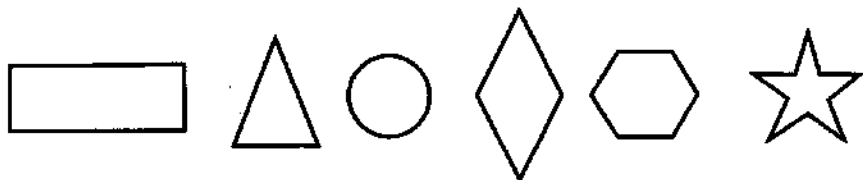


Рис. 54.

4. Напишите четыре числа, имеющие ось симметрии. Проведите эту ось.

4.2. Симметрия относительно точки (центральная симметрия)

Вариант 1

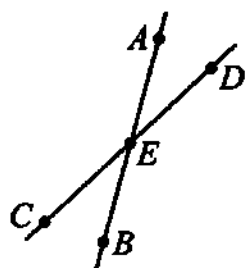


Рис. 55.

1. Прямые AB и CD пересекаются (см. рис. 55).
Запишите центр симметрии этих прямых.

2. Напишите три буквы русского алфавита, имеющие центр симметрии.

3. Постройте точки A_1 и B_1 , симметричные точкам A и B , изображённым на рисунке 56, относительно точки O .

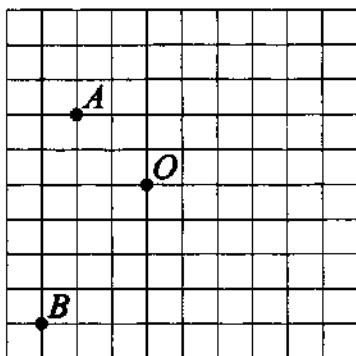


Рис. 56.

4. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC (см. рис. 57) относительно точки O .

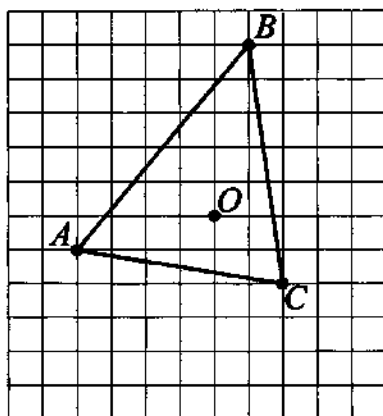


Рис. 57.

Вариант 2

1. На рисунке 58 изображён параллелограмм $ABCD$. Запишите центр симметрии этого параллелограмма.

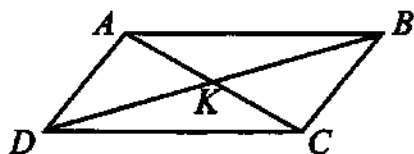


Рис. 58.

2. Напишите три буквы латинского алфавита, имеющие центр симметрии.

3. Постройте точки A_1 и B_1 , симметричные точкам A и B , изображённым на рисунке 59, относительно точки O .

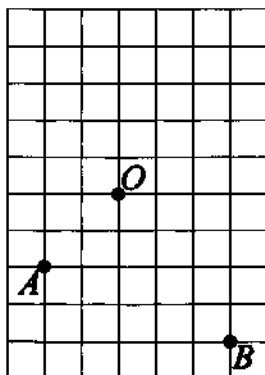


Рис. 59.

4. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC (см. рис. 60) относительно точки O .

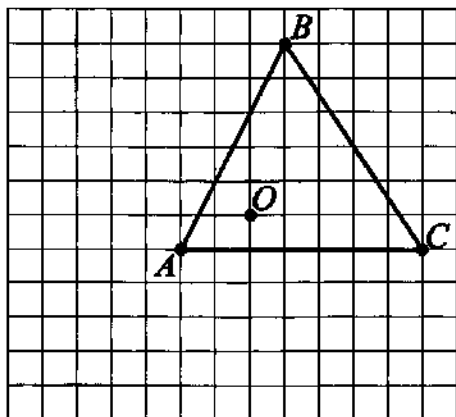


Рис. 60.

4.3. Поворот

Вариант 1

1. Отметьте точки A и O , расстояние между которыми 2 см. Постройте точки A_1 , A_2 , A_3 , в которые переходит точка A при повороте вокруг точки O на углы 90° , 180° , 45° по часовой стрелке соответственно.

2. На какой угол нужно повернуть прямую, чтобы полученная прямая была перпендикулярна исходной?

3. Укажите центр и угол поворота, при которых правильный 6-угольник переходит сам в себя (см. рис. 61).

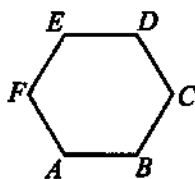


Рис. 61.

4. Нарисуйте тупоугольный треугольник ABC . Постройте треугольник, в который переходит $\triangle ABC$ при повороте вокруг точки A на угол 90° против часовой стрелки.

Вариант 2

1. Отметьте точки A и O , расстояние между которыми 2 см. Постройте точки A_1 , A_2 , A_3 , в которые переходит точка A при повороте вокруг точки O на углы 45° , 180° , 90° по часовой стрелке соответственно.

2. На какой угол нужно повернуть прямую, чтобы полученная прямая была параллельна исходной?

3. Укажите центр и угол поворота, при котором квадрат переходит сам в себя (см. рис. 62).



Рис. 62.

4. Нарисуйте прямоугольный треугольник ABC . Постройте треугольник, в который переходит $\triangle ABC$ при повороте вокруг точки A на угол 90° по часовой стрелке.

4.4. Параллельный перенос

Вариант 1

1. Отметьте точки A , B и C , не лежащие на одной прямой. Постройте точку C_1 , в которую переходит точка C при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AB}$.
2. Постройте прямоугольник $ABCD$. Постройте фигуру, в которую переходит $ABCD$ при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AC}$.
3. Постройте на координатной плоскости точку A_1 , в которую перейдёт точка $A(2; 5)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}\{-2; -3\}$. Запишите её координаты.
4. Постройте трапецию $ABCD$ с основанием CD . Постройте фигуру, которая получится из этой трапеции при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AB}$.

Вариант 2

1. Отметьте точки A , B и C , не лежащие на одной прямой. Постройте точку C_1 , в которую переходит точка A при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{BC}$.
2. Постройте ромб $ABCD$. Постройте фигуру, в которую переходит $ABCD$ при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AC}$.
3. Постройте на координатной плоскости точку A_1 , в которую перейдёт точка $A(6; 1)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}\{-4; 3\}$. Запишите её координаты.
4. Постройте трапецию $ABCD$ с основанием BC . Постройте фигуру, которая получится из этой трапеции при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AB}$.

§ 5. Параллельность

5.1. Параллельные прямые, их свойства

Вариант 1

1. Две прямые пересекает третья (см. рис. 63).

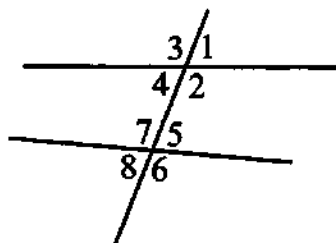


Рис. 63.

Перечислите:

- а) соответственные углы;
- б) накрест лежащие углы;
- в) односторонние углы.

2. Прямые a и b параллельны, $\angle 1 = 125^\circ$ (см. рис. 64). Найдите все остальные углы, обозначенные на рисунке. Ответ поясните.

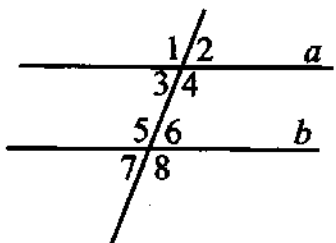


Рис. 64.

3. На рисунке 65 $\angle M = 30^\circ$, PN — биссектриса угла MPK . Прямые PK и MN параллельны. Найдите угол MPN .

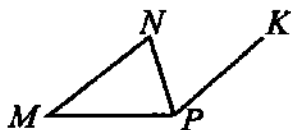


Рис. 65.

Вариант 2

1. Две прямые пересекает третья (см. рис. 66).

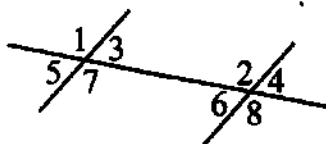


Рис. 66.

Перечислите:

- а) соответственные углы;
- б) накрест лежащие углы;
- в) односторонние углы.

2. Прямые s и p параллельны, $\angle 4 = 115^\circ$ (см. рис. 67). Найдите все остальные углы, обозначенные на рисунке. Ответ поясните.

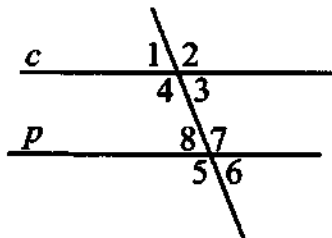


Рис. 67.

3. Прямые DE и AB параллельны, $\angle D = 50^\circ$ (см. рис. 68). Найдите угол ABK , если BK — биссектриса треугольника ABC .

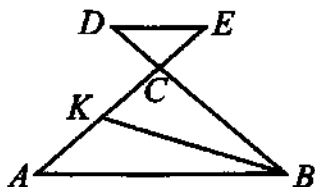


Рис. 68.

5.2. Признаки параллельности прямых

Вариант 1

1. $a \parallel c$, $d \parallel c$. Укажите, параллельность каких ещё прямых на рисунке 69 из этого следует.

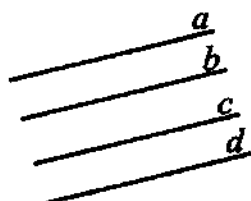


Рис. 69.

2. На рисунке 70 изображены 5 прямых. Пользуясь данными рисунка, укажите все параллельные прямые.

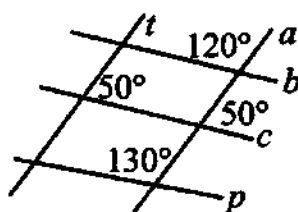


Рис. 70.

3. Каково взаимное положение прямых a и b , если: а) $a \perp c$, $b \perp c$; б) $a \perp c$, $b \parallel c$?

4. Отрезки AB и CD пересекаются в их общей середине (см. рис. 71). Докажите, что $AC \parallel BD$.

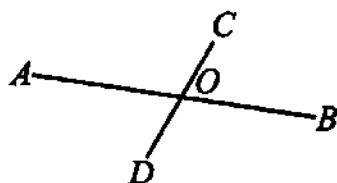


Рис. 71.

Вариант 2

1. $b \parallel k$, $c \parallel k$. Укажите, параллельность каких ещё прямых на рисунке 72 из этого следует.

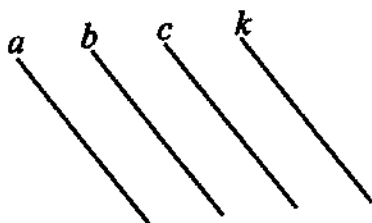


Рис. 72.

2. На рисунке 73 изображены 5 прямых. Пользуясь данными рисунка, укажите все параллельные прямые.

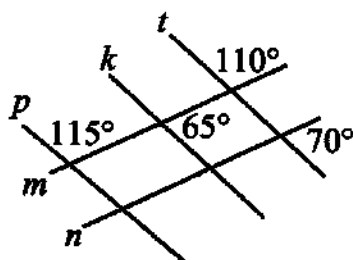


Рис. 73.

3. Каково взаимное положение прямых b и c , если: а) $b \perp a$, $c \parallel a$; б) $b \perp t$, $c \perp t$?

4. В равнобедренных треугольниках AOB и COD , боковые стороны которых лежат на прямых, пересекающихся в точке O , $\angle A = \angle D = 62^\circ$, (см. рис. 74). Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

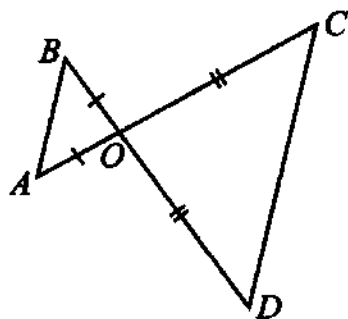


Рис. 74.

5.3. Сумма углов треугольника

Вариант 1

1. Найдите угол A треугольника ABC , используя данные рисунка 75.

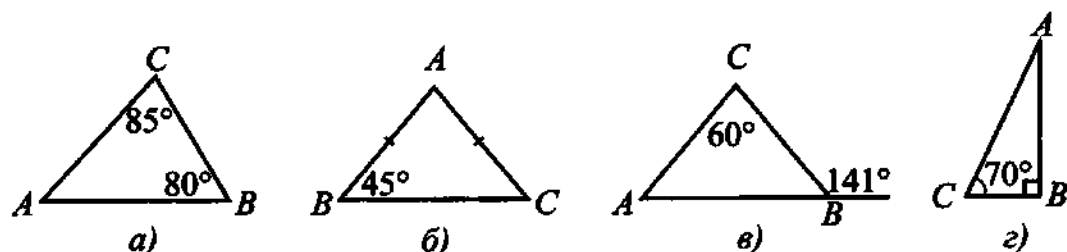


Рис. 75.

2. В треугольнике ABM проведён отрезок CD так, что $\angle 1 = 30^\circ$. Найдите $\angle 2$, если $\angle 3 = 62^\circ$, $\angle 4 = 58^\circ$.

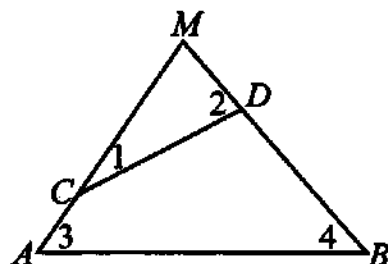


Рис. 76.

Вариант 2

1. Найдите угол B треугольника ABC , используя данные рисунка 77.

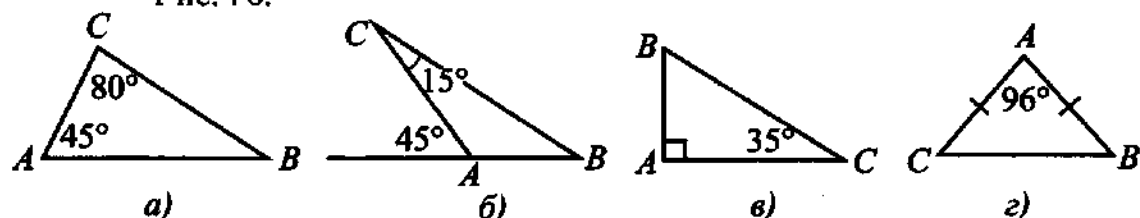


Рис. 77.

2. Отрезки AB и DE пересекаются в точке C (см. рис. 78). Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 3 = 130^\circ$, $\angle 4 = 35^\circ$.

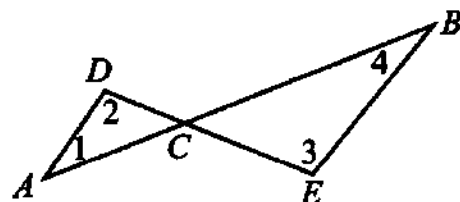


Рис. 78.

5.4. Сумма углов многоугольника

Вариант 1

1. Найдите сумму углов семиугольника.
2. Найдите угол правильного шестиугольника.
3. В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 138° . Найдите угол C .
4. Какие фигуры на рисунке 79 являются выпуклыми многоугольниками? Укажите их номера.

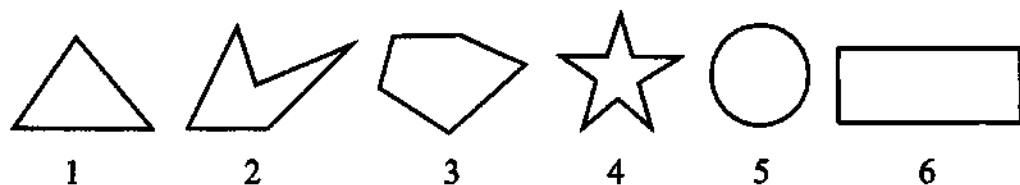


Рис. 79.

Вариант 2

1. Найдите сумму углов шестиугольника.
2. Найдите угол правильного пятиугольника.
3. В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине C равен 144° . Найдите угол A .
4. Какие фигуры на рисунке 80 являются выпуклыми многоугольниками? Укажите их номера.

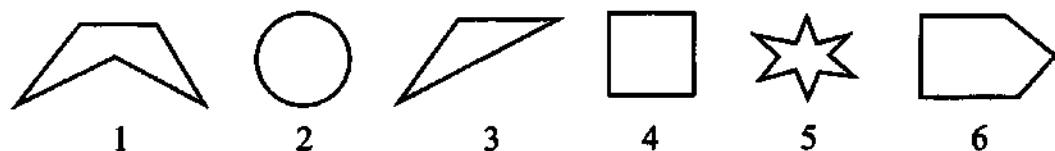


Рис. 80.

5.5. Параллелограмм

Вариант 1

1. Найдите углы параллелограмма $ABCD$, если $\angle C = 65^\circ$.

2. Найдите неуказанные стороны параллелограмма $MPKT$, если $MP = 12$ см, $PK = 14$ см.

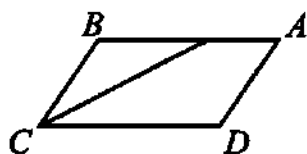


Рис. 81.

3. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла C образует со стороной AB угол, равный 35° (см. рис. 81).

4. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AD , $\angle ACB = 100^\circ$ (см. рис. 82). Найдите острый угол между диагоналями параллелограмма.

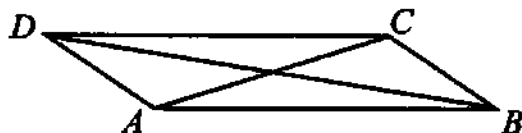


Рис. 82.

Вариант 2

1. Найдите углы параллелограмма $ABCD$, если $\angle A = 112^\circ$.

2. Найдите неуказанные стороны параллелограмма $MNPK$, если $MN = 11$ см, $NP = 17$ см.

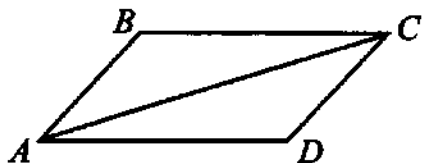


Рис. 83.

3. Диагональ параллелограмма $ABCD$ (см. рис. 83) образует с двумя его сторонами углы 22° и 38° . Найдите больший угол параллелограмма.

4. В параллелограмме $EDNM$ (см. рис. 84) диагональ MD в 2 раза больше стороны EM , $\angle MDN = 98^\circ$. Найдите острый угол между диагоналями параллелограмма.

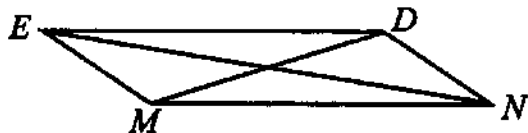


Рис. 84.

5.6. Трапеция

Вариант 1

1. В трапеции $ABCD$ (см. рис. 85) стороны BC и AD параллельны. Выпишите боковые стороны трапеции.



Рис. 85.

2. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 160° . Найдите больший угол трапеции.

3. Найдите углы A и B трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD , если $\angle C = 140^\circ$, $\angle D = 96^\circ$.

4. В прямоугольной трапеции меньшая боковая сторона равна 4, а меньшее основание 5. Найдите большее основание, если один из углов трапеции равен 45° .

Вариант 2

1. В трапеции $ABCD$ (см. рис. 86) стороны AB и CD параллельны. Выпишите боковые стороны трапеции.

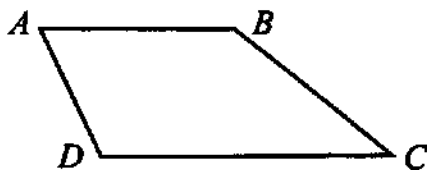


Рис. 86.

2. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 260° . Найдите меньший угол трапеции.

3. Найдите углы C и D трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD , если $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 49^\circ$.

4. В прямоугольной трапеции большая боковая сторона равна 12, а меньшее основание 8. Найдите большее основание, если один из углов трапеции равен 60° .

5.7. Прямоугольник

Вариант 1

1. Диагональ прямоугольника образует угол 40° с одной из его сторон. Найдите тупой угол между диагоналями этого прямоугольника.
2. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Найдите диагональ AC , если $OB = 2,3$ см.
3. На стороне AD прямоугольника $ABCD$ (см. рис. 87), у которого $BC = 10$, отмечена точка K так, что $BK = 8$ и $\angle CBK = 30^\circ$. Найдите периметр прямоугольника.

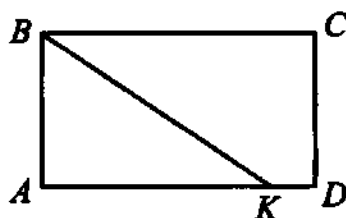


Рис. 87.

Вариант 2

1. Диагональ прямоугольника образует угол 70° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника.
2. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину отрезка OC , если диагональ $BD = 3,8$ см.
3. На стороне AD прямоугольника $ABCD$ (см. рис. 88), у которого $AB = 7$, отмечена точка K так, что $DK = 4$ и $\angle BKA = 45^\circ$. Найдите периметр прямоугольника.

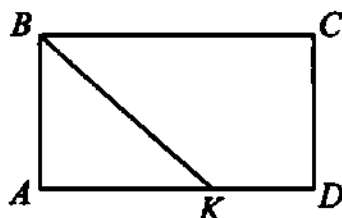


Рис. 88.

5.8. Ромб и квадрат

Вариант 1

1. Периметр ромба равен 18 см. Найдите сторону ромба.
2. Найдите угол, который диагональ квадрата образует с его стороной.
3. Чему равна меньшая диагональ ромба со стороной 12 и тупым углом 120° ?
4. Какие из четырёхугольников, изображённых на рисунке 89, являются: а) ромбом; б) прямоугольником; в) квадратом?

Напишите их номера.

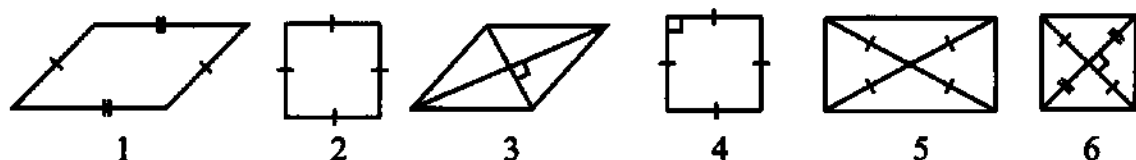


Рис. 89.

Вариант 2

1. Периметр квадрата равен 22 мм. Найдите сторону квадрата.
2. Найдите острый угол ромба, если одна из его диагоналей равна стороне ромба.
3. В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 2 см. Найдите сторону квадрата.
4. Какие из четырёхугольников, изображённых на рисунке 90, являются: а) ромбом; б) прямоугольником; в) квадратом?

Напишите их номера.

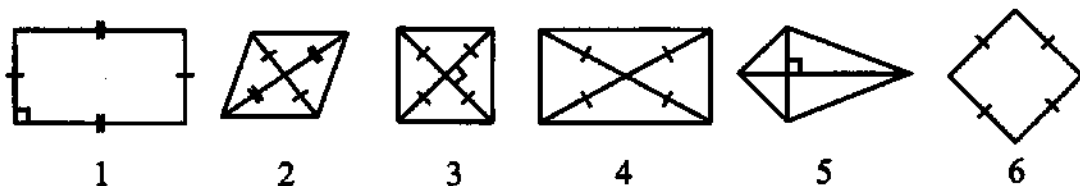


Рис. 90.

§ 6. Площадь

6.1. Площадь квадрата и прямоугольника

Вариант 1

1. Найдите площадь квадрата, если его сторона равна 1,5 см.
2. Найдите площадь прямоугольника, если одна его сторона равна 8 см, а другая на 2 см больше.
3. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рис. 91). Найдите площадь получившейся фигуры.

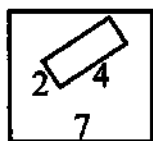


Рис. 91.

4. Пол комнаты, имеющий форму квадрата со стороной 4 м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета равна 20 см, а ширина — 10 см. Сколько дощечек потребуется?

Вариант 2

1. Найдите площадь квадрата, если его сторона равна 1,2 см.
2. Найдите площадь прямоугольника, если одна его сторона равна 6 см, а другая в 2 раза больше.
3. Из прямоугольника вырезали квадрат (см. рис. 92). Найдите площадь получившейся фигуры.

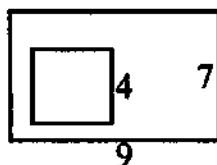


Рис. 92.

4. Сколько потребуется плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 6 м и 4 м?

6.2. Площадь параллелограмма

Вариант 1

1. Найдите площади параллелограммов, изображённых на рисунке 93.

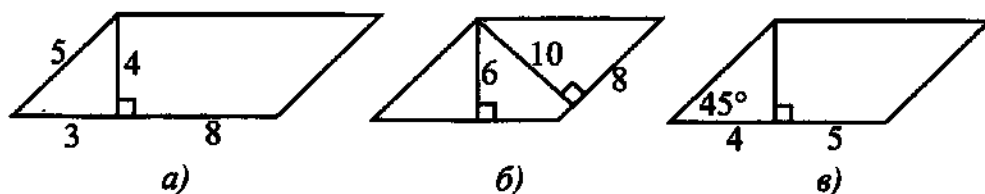


Рис. 93.

2. Большая из сторон параллелограмма равна 12 см, а его высоты равны 5 см и 6 см. Найдите меньшую сторону параллелограмма.

Вариант 2

1. Найдите площади параллелограммов, изображённых на рисунке 94.

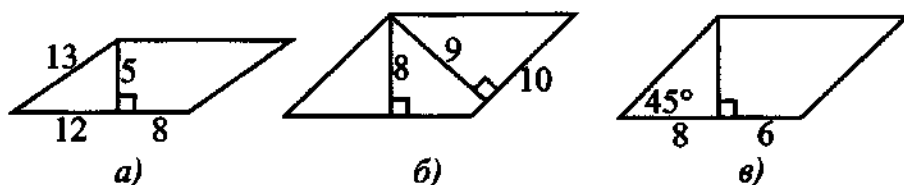


Рис. 94.

2. Стороны параллелограмма равны 15 см и 12 см, а меньшая высота равна 6 см. Найдите большую высоту.

6.3. Площадь треугольника

Вариант 1

1. Укажите равновеликие треугольники на рисунке 95 и их площадь, если сторона каждой квадратной клетки равна 1.

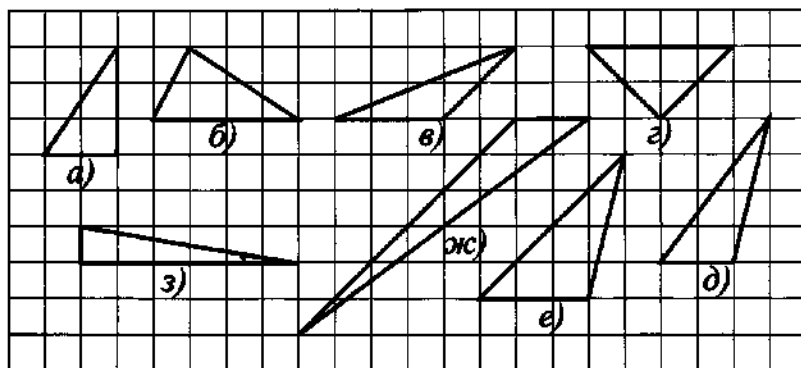


Рис. 95.

2. Площадь треугольника равна 24 см^2 . Найдите высоту треугольника, проведённую к стороне, равной 8 см.

3. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 6 см и 8 см, а угол между ними равен 30° .

Вариант 2

1. Укажите равновеликие треугольники на рисунке 96 и их площадь, если сторона каждой квадратной клетки равна 1.

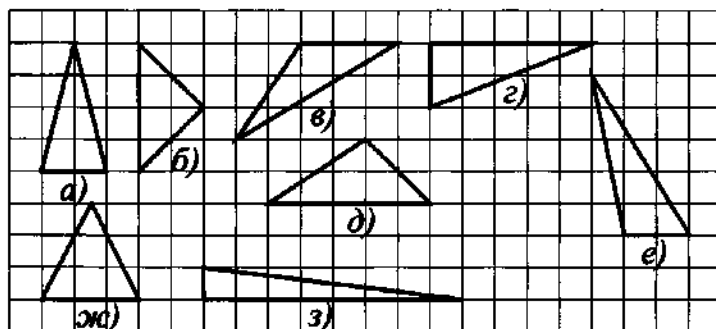


Рис. 96.

2. Площадь треугольника равна 36 см^2 . Найдите высоту треугольника, проведённую к стороне, равной 9 см.

3. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 10 см и 12 см, а угол между ними равен 30° .

6.4. Площадь ромба**Вариант 1**

1. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 20 и 28.
2. Периметр ромба равен 80, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.
3. Сторона ромба равна 9, а расстояние от центра ромба до неё равно 2. Найдите площадь ромба.
4. Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис. 97).

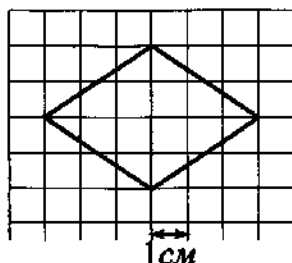


Рис. 97.

Вариант 2

1. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 30 и 14.
2. Периметр ромба равен 64, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.
3. Сторона ромба равна 12, а расстояние от центра ромба до неё равно 3. Найдите площадь ромба.
4. Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис. 98).

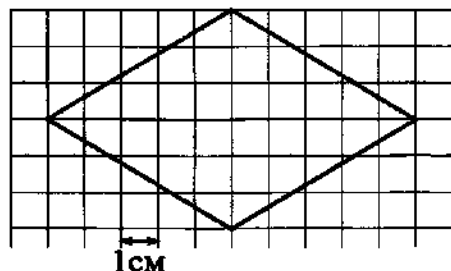


Рис. 98.

6.5. Площадь трапеции

Вариант 1

1. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 5 см и 15 см, а высота 7 см.
2. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис. 99).

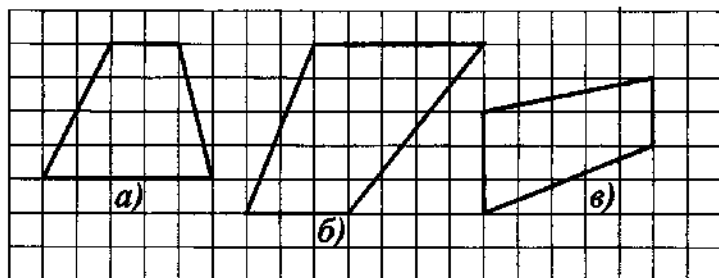


Рис. 99.

3. В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 10, а один из углов равен 45° (см. рис. 100). Найдите площадь трапеции.

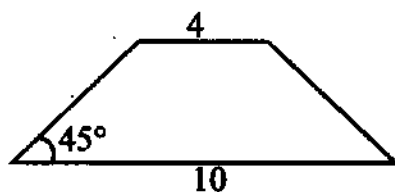


Рис. 100.

Вариант 2

1. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 3 см и 7 см, а высота 9 см.

2. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис. 101).

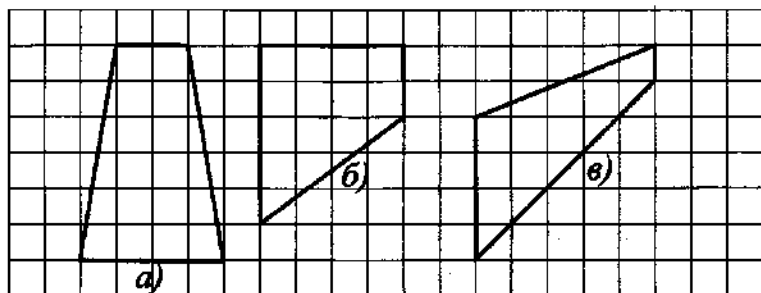


Рис. 101.

3. В равнобедренной трапеции основания равны 5 и 9, а один из углов равен 45° (см. рис. 102). Найдите площадь трапеции.

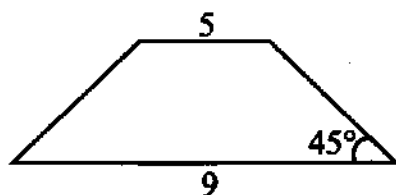


Рис. 102.

§ 7. Применение теоремы Пифагора и практические задачи

7.1. Теорема Пифагора

Вариант 1

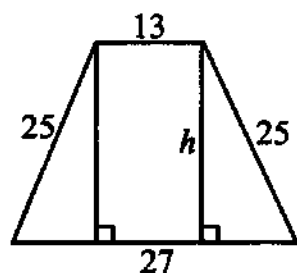


Рис. 103.

1. У прямоугольного треугольника катеты равны 5 см и 12 см. Найдите его гипотенузу.
2. В прямоугольнике одна сторона равна 4 м, а диагональ равна 5 м. Найдите площадь прямоугольника.
3. Найдите диагональ ромба, если его сторона равна 10 см, а другая диагональ равна 16 см.
4. Основания равнобедренной трапеции равны 13 и 27, боковая сторона 25 (см. рис. 103). Найдите высоту h и площадь S трапеции.

Вариант 2

1. У прямоугольного треугольника катеты равны 8 мм и 15 мм. Найдите его гипотенузу.
2. В прямоугольнике одна сторона равна 6 м, а диагональ равна 10 м. Найдите площадь прямоугольника.
3. Найдите диагональ ромба, если его сторона равна 13 м, а другая диагональ равна 24 м.
4. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 54, боковая сторона 25 (см. рис. 104). Найдите высоту h и площадь S трапеции.

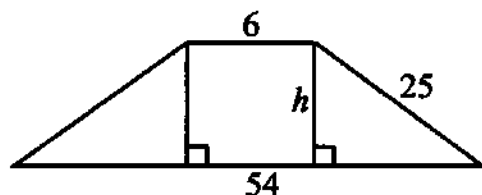


Рис. 104.

7.2. Практические задачи на тему «Теорема Пифагора»**Вариант 1**

1. Трактор и легковой автомобиль одновременно покинули перекрёсток и поехали по взаимно перпендикулярным дорогам, трактор — со скоростью 18 км/ч, легковой автомобиль — 80 км/ч. Какое расстояние между ними будет через 30 минут?

2. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4 м от земли (см. рис. 105). Длина троса равна 5 м. Найдите расстояние от точки основания флагштока до места крепления троса на земле.

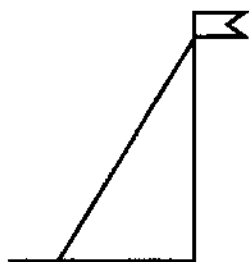


Рис. 105.

3. Лестницу длиной 4,1 м приставили к стволу черешни. Лестница упирается в ствол на высоте 4 м. На сколько метров отстоит от черешни нижний конец лестницы?

Вариант 2

1. Два парохода вышли из порта, следуя — один на восток, другой на юг. Скорости их равны соответственно 10 км/ч и 24 км/ч. Какое расстояние между ними будет через 2 часа?

2. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении находится на высоте 4,8 м от земли (см. рис. 106). Длина троса равна 5 м. Найдите расстояние от точки основания флагштока до места крепления троса на земле.

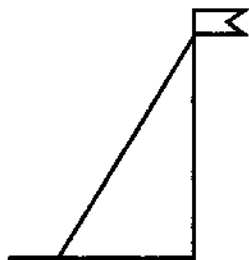


Рис. 106.

3. Лестницу длиной 5 м приставили к окну 2-го этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 3 м. На какой высоте расположено окно?

7.3. Определение площади с использованием теоремы Пифагора**Вариант 1**

1. В треугольнике гипотенуза $BC = 50$, катет $AC = 40$ (см. рис. 107). Найдите площадь треугольника.

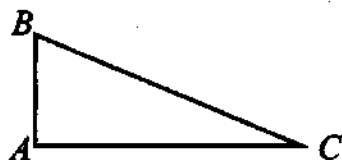


Рис. 107.

2. Площадь ромба равна 20, периметр равен 20. Найдите:

- а) высоту ромба;
- б) отрезки, на которые высота делит сторону ромба.

3. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 108.

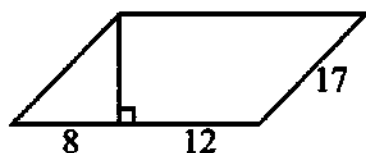


Рис. 108.

4. Площадь прямоугольной трапеции, изображённой на рисунке 109, равна 70. Найдите боковые стороны трапеции.

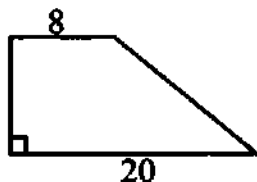


Рис. 109.

Вариант 2

1. В треугольнике гипотенуза $AB = 10$, катет $AC = 6$ (см. рис. 110). Найдите площадь треугольника.

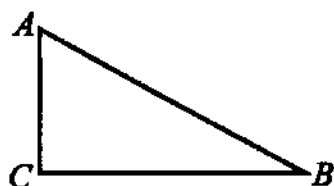


Рис. 110.

2. Площадь ромба равна 156, а периметр равен 52. Найдите:

а) высоту ромба;

б) отрезки, на которые высота делит сторону ромба.

3. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 111.

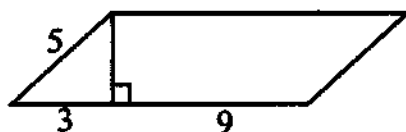


Рис. 111.

4. Площадь прямоугольной трапеции, изображённой на рисунке 112, равна 54. Найдите боковые стороны трапеции.

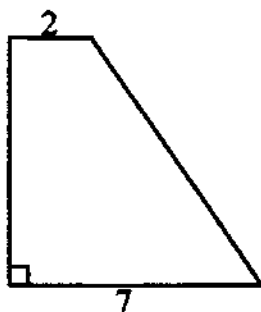


Рис. 112.

7.4. Практические задачи на тему «Площадь и объём»**Вариант 1**

1. Из прямоугольной доски вырезали квадрат (см. рис. 113). Найдите площадь оставшейся части.

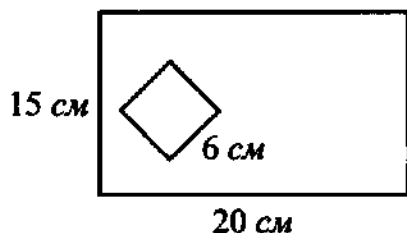


Рис. 113.

2. Площадь прямоугольного земельного участка равна 6 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину участка.

3. Сколько досок длиной 4,5 м, шириной 15 см и толщиной 20 мм выйдет из бруса длиной 135 дм, имеющего в сечении квадрат со стороной 30 см?

4. Фотографию наклеили на прямоугольный лист альбома размерами $12\text{ см} \times 17\text{ см}$ так, что по периметру фотографии образовалась окантовка одинаковой ширины 2 см (см. рис. 114). Найдите площадь фотографии.

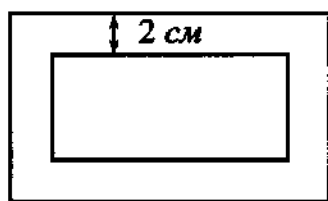


Рис. 114.

Вариант 2

1. Из прямоугольной доски вырезали квадрат (см. рис. 115). Найдите площадь оставшейся части.

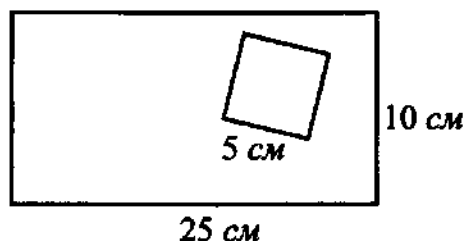


Рис. 115.

2. Площадь прямоугольного земельного участка равна 8 га, длина участка равна 500 м. Найдите ширину участка.

3. Сколько досок длиной 2,5 м, шириной 20 см и толщиной 25 мм выйдет из бруса длиной 75 дм, имеющего в сечении квадрат со стороной 40 см?

4. Фотографию размерами 10 см $\times$ 15 см наклеили на прямоугольный лист альбома так, что по периметру фотографии образовалась окантовка одинаковой ширины 5 см (см. рис. 116). Найдите площадь фотографии с окантовкой.

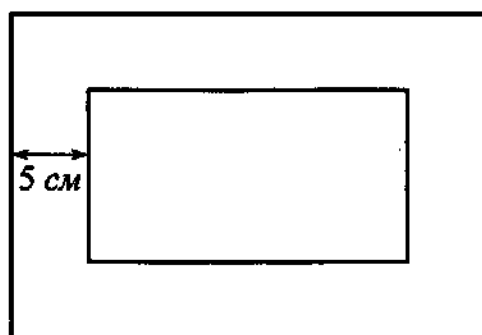


Рис. 116.

§ 8. Подобные треугольники

8.1. Пропорциональные отрезки

Вариант 1

1. Пропорциональны ли отрезки $AB = 2$ см, $BC = 3$ см отрезкам $MP = 6$ м, $KT = 8$ м?

2. Стороны треугольника относятся как $2 : 6 : 7$. Найдите неизвестные стороны треугольника, если длина его меньшей стороны равна 4 см.

3. Параллельные прямые BC и DE пересекают стороны угла A (см. рис. 117). Найдите длину отрезка CE , если $AB = 8$, $BD = 7$, $AC = 10$.

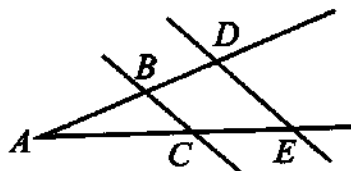


Рис. 117.

4. Какие стороны треугольника ABC пропорциональны сторонам треугольника DEF (см. рис. 118)? Запишите пропорцию.

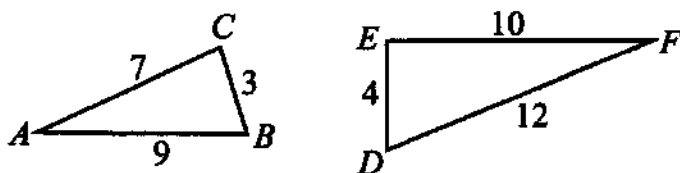


Рис. 118.

Вариант 2

1. Пропорциональны ли отрезки $AB = 5$ мм, $BC = 6$ см отрезкам $MO = 10$ мм, $OK = 12$ см?

2. Стороны треугольника относятся как $3 : 4 : 6$. Найдите неизвестные стороны треугольника, если длина его большей стороны равна 9 см.

3. Параллельные прямые AB и CD пересекают стороны угла E . Найдите длину отрезка CE , если $AC = 3$, $DE = 8$, $BD = 5$.

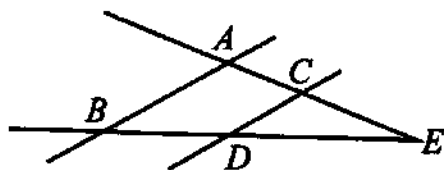


Рис. 119.

4. Какие стороны треугольника ABC пропорциональны сторонам треугольника DEF (см. рис. 120)? Запишите пропорцию.

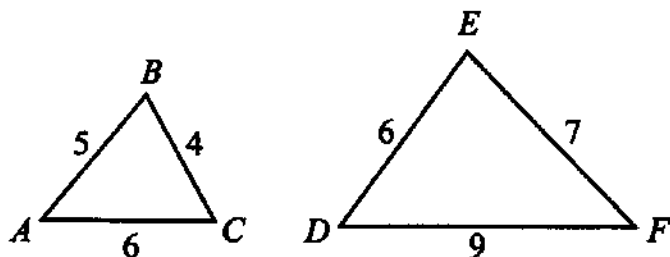


Рис. 120.

8.2. Подобные треугольники

Вариант I

1. Укажите, какие треугольники на рисунке 121 подобны. Назовите признак подобия.

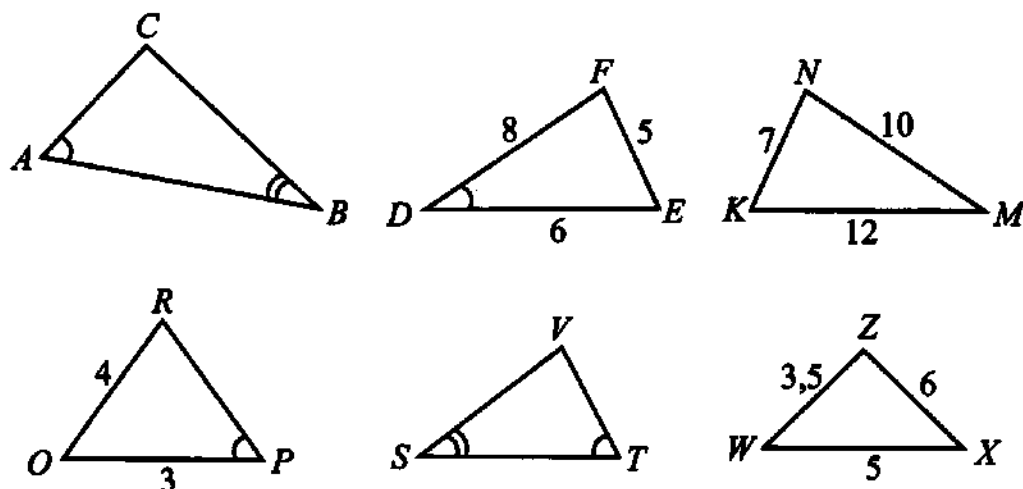


Рис. 121.

2. Стороны треугольника равны 6 см, 8 см, 9 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, если коэффициент подобия равен 3.

3. У подобных треугольников ABC и MPK : $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle K$, $AB = 11$ см, $BC = 15$ см, $CA = 10$ см, $MP = 18$ см. Найдите MK и PK . Сделайте рисунок.

Вариант 2

1. Укажите, какие треугольники на рисунке 122 подобны. Назовите признак подобия.

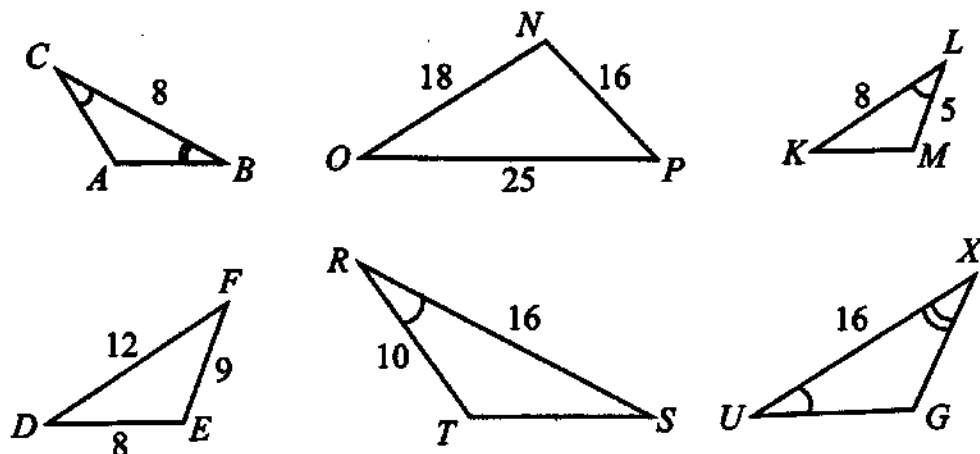


Рис. 122.

2. Стороны треугольника равны 5 см, 12 см, 16 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, если коэффициент подобия равен 2.

3. У подобных треугольников ABC и MPK : $\angle A = \angle M$, $\angle C = \angle P$, $BC = 6$ мм, $MP = 9$ мм, $MK = 8$ мм, $PK = 10$ мм. Найдите AB и AC . Сделайте рисунок.

8.3. Практические задачи на тему «Подобие треугольников»

Вариант 1

1. Человек ростом 1,5 м стоит на расстоянии 10 шагов от столба, на котором висит фонарь (см. рис. 123). Тень человека равна 6 шагам. На какой высоте расположен фонарь?

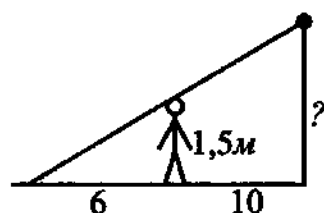


Рис. 123.

2. Короткое плечо колодца с журавлём имеет длину 0,6 м, а длинное плечо — 3 м (см. рис. 124). На сколько метров опустится конец длинного плеча, если конец короткого поднимется на 1 м?

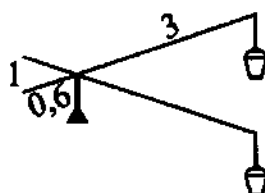


Рис. 124.

Вариант 2

1. Дерево стоит на расстоянии 8 шагов от столба, на котором висит фонарь на высоте 4,8 м (см. рис. 125). Длина тени дерева равна четырём шагам. Найдите высоту дерева.

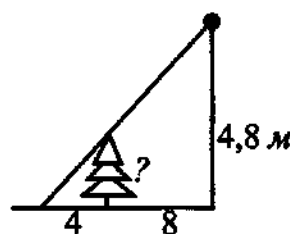


Рис. 125.

2. Короткое плечо колодца с журавлём имеет длину 0,5 м, а длинное плечо — 4 м (см. рис. 126). На сколько метров опустится конец длинного плеча, если конец короткого поднимется на 0,8 м?

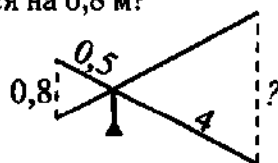


Рис. 126.

8.4. Площади подобных фигур

Вариант 1

1. Найдите отношение площадей двух квадратов, если отношение сторон этих квадратов равно $2 : 5$.

2. Сходственные стороны двух подобных треугольников равны 7 см и 3 см. Площадь первого треугольника равна 490 см². Найдите коэффициент подобия и площадь второго треугольника.

3. В треугольнике ABC отмечены точки D и M на сторонах AC и BC соответственно (см. рис. 127). Площадь треугольника ABC равна 50 . Найдите площадь треугольника DCM , если $DC = 3$, $DA = 2$ и DM параллельна AB .

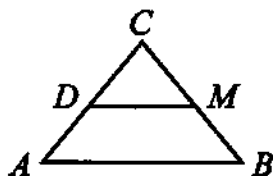


Рис. 127.

Вариант 2

1. Найдите отношение площадей двух равносторонних треугольников, если отношение сторон этих треугольников равно $7 : 3$.

2. Сходственные стороны двух подобных треугольников равны 5 см и 4 см. Площадь первого треугольника равна 250 см². Найдите коэффициент подобия и площадь второго треугольника.

3. В треугольнике ABC отмечены точки D и M на сторонах AC и BC соответственно. Площадь треугольника DCM равна 40 . Найдите площадь треугольника ABC , если $DC = 2$, $DA = 3$ и DM параллельна AB .

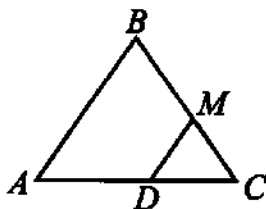


Рис. 128.

8.5. Средняя линия треугольника

Вариант 1

1. Укажите номера треугольников на рисунке 129, где AB — средняя линия треугольника.

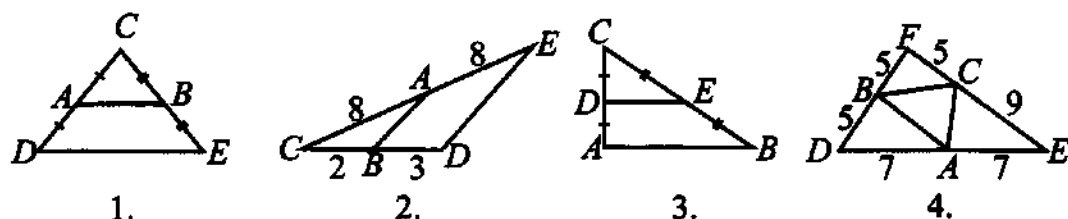


Рис. 129.

2. Найдите длину отрезка DK , концы которого лежат на сторонах треугольника, изображённого на рисунке 130.

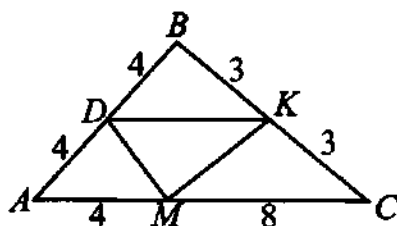


Рис. 130.

3. В треугольнике ABC провели среднюю линию DE (см. рис. 131). Площадь треугольника ABC равна 40. Найдите площадь треугольника ADE .

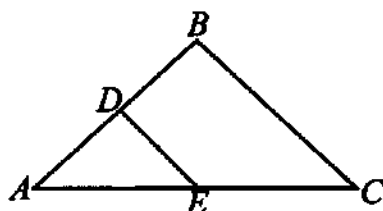


Рис. 131.

Вариант 2

1. Укажите номера треугольников на рисунке 132, где CD — средняя линия треугольника.

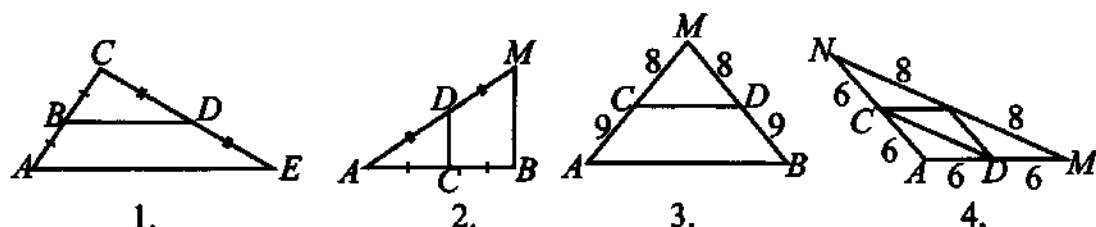


Рис. 132.

2. Найдите длину отрезка DK , концевые точки которого лежат на сторонах треугольника, изображённого на рисунке 133.

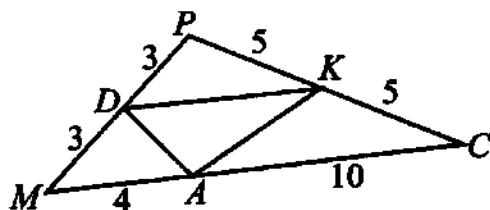


Рис. 133.

3. В треугольнике ABC провели среднюю линию DE (см. рис. 134). Площадь треугольника CDE равна 40. Найдите площадь треугольника ABC .

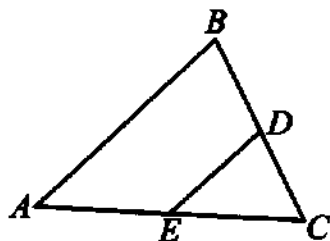


Рис. 134.

8.6. Медианы треугольника

Вариант 1

1. Укажите, какой из отрезков на рисунке 135 является медианой треугольника ABC .

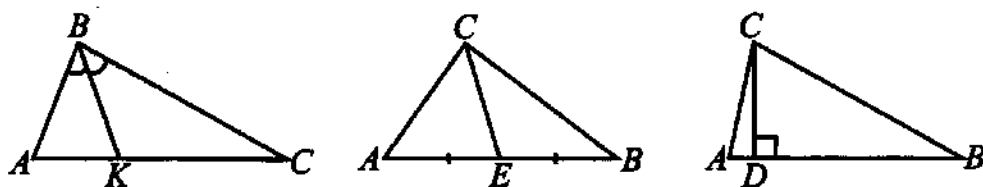


Рис. 135.

2. В треугольнике ABC медианы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O (см. рис. 136).

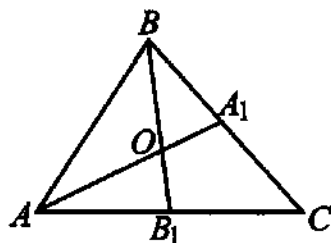


Рис. 136.

а) Найдите OB_1 , если $BB_1 = 18$.

б) Найдите AA_1 , если $AO = 14$.

в) Найдите площадь треугольника ABB_1 , если площадь треугольника ABC равна 40.

3. Нарисуйте прямоугольный треугольник и проведите все его медианы.

Вариант 2

1. Укажите, какой из отрезков на рисунке 137 является медианой треугольника ABC .

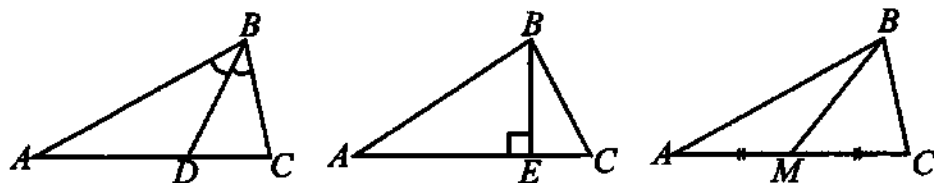


Рис. 137.

2. В треугольнике ABC медианы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O (см. рис. 138).

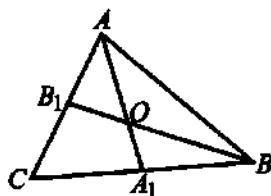


Рис. 138.

- а) Найдите OA_1 , если $AA_1 = 12$.
- б) Найдите BB_1 , если $OB = 10$.
- в) Найдите площадь треугольника ABA_1 , если площадь треугольника ABC равна 50.

3. Нарисуйте прямоугольный треугольник и проведите все его медианы.

§ 9. Элементы тригонометрии

9.1. Синус, косинус и тангенс острого угла

Вариант 1

1. В треугольнике ABC с прямым углом A (см. рис. 139) выразите синус, косинус и тангенс угла C через стороны треугольника.

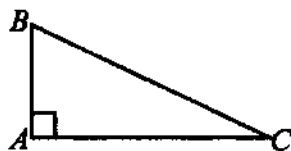


Рис. 139.

2. Найдите синус, косинус и тангенс угла C треугольника ABC с катетами $AB = 30$, $AC = 40$.

3. Высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, равна 5, синус угла при основании равен $\frac{1}{3}$. Найдите боковую сторону треугольника.

4. Нарисуйте угол, тангенс которого равен $\frac{3}{7}$.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC с прямым углом B (см. рис. 140) выразите синус, косинус и тангенс угла C через стороны треугольника.

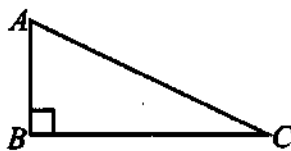


Рис. 140.

2. Найдите синус, косинус и тангенс угла C треугольника ABC с катетами $AB = 6$, $BC = 8$.

3. Высота равнобедренной трапеции равна 8, синус угла при основании равен $\frac{2}{3}$. Найдите боковую сторону трапеции.

4. Нарисуйте угол, тангенс которого равен $\frac{2}{5}$.

9.2. Тригонометрические тождества

Вариант 1

1. Напишите основное тригонометрическое тождество для угла A .
2. Синус острого угла A равен $\frac{2}{3}$. Найдите косинус этого угла.
3. Напишите, как найти тангенс A , если известны синус A и косинус A .
4. Синус острого угла A равен $\frac{2}{3}$. Найдите тангенс угла A (воспользуйтесь результатом задания № 2).
5. Существует ли угол, косинус которого равен $\sqrt{3}$?
6. Найдите косинус угла A , если косинус угла B равен 0,4 и $\angle A + \angle B = 180^\circ$.

Вариант 2

1. Напишите основное тригонометрическое тождество для угла B .
2. Синус острого угла B равен $\frac{3}{4}$. Найдите косинус этого угла.
3. Напишите, как найти тангенс B , если известны синус B и косинус B .
4. Синус острого угла B равен $\frac{3}{4}$. Найдите тангенс угла B (воспользуйтесь результатом задания № 2).
5. Существует ли угол, синус которого равен $\sqrt{5}$?
6. Найдите косинус угла C , если косинус угла D равен 0,2 и $\angle C + \angle D = 180^\circ$.

9.3. Применение тригонометрических функций для решения задач

Вариант 1

1. Запишите формулу площади треугольника со сторонами a и b , угол между которыми равен α .

2. Найдите площадь треугольника ABC , если: $AB = 15$ см, $AC = 10$ см, синус угла A равен $\frac{1}{3}$.

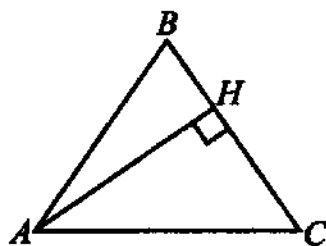


Рис. 141.

3. Стороны прямоугольника равны 5 см и $5\sqrt{3}$ см. Найдите углы, которые образует диагональ со сторонами прямоугольника.

4. В треугольнике ABC $AB = BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $CH = 8$ и $BH = 5$ (см. рис. 141). Найдите косинус $\angle B$.

Вариант 2

1. Запишите формулу площади треугольника со сторонами b и c , угол между которыми равен β .

2. Найдите площадь треугольника ABC , если: $BC = 12$ см, $AC = 8$ см, синус угла C равен $\frac{1}{4}$.

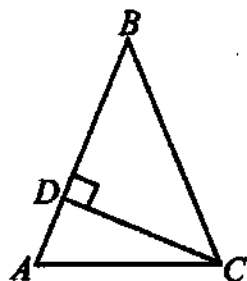


Рис. 142.

3. Стороны прямоугольника равны 4 мм и $4\sqrt{3}$ мм. Найдите углы, которые образует диагональ со сторонами треугольника.

4. В треугольнике ABC $AB = BC$, а высота CD делит сторону AB на отрезки $BD = 40$ и $AD = 1$ (см. рис. 142). Найдите тангенс $\angle B$.

9.4. Тригонометрия на клетчатой бумаге

Вариант 1

1. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён угол (см. рис. 143). Найдите тангенс этого угла.

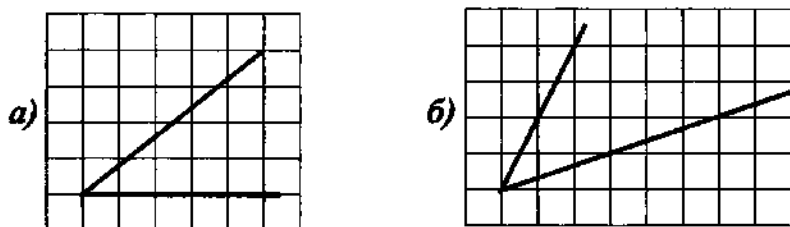


Рис. 143.

2. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён угол (см. рис. 144). Найдите синус этого угла.

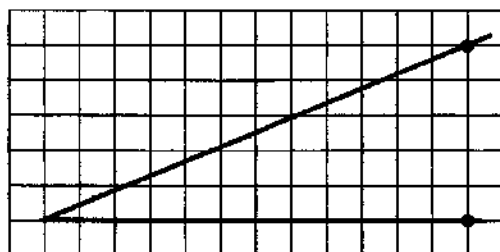


Рис. 144.

3. Нарисуйте на клетчатой бумаге угол, тангенс которого равен $\frac{3}{7}$.

Вариант 2

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см изображён угол (см. рис. 145). Найдите тангенс этого угла.

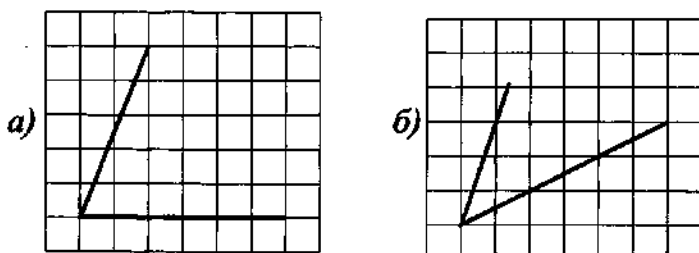


Рис. 145.

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см изображён угол (см. рис. 146). Найдите косинус этого угла.

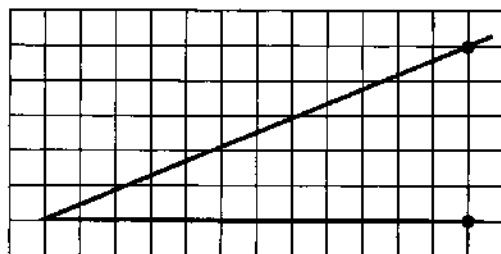


Рис. 146.

3. Нарисуйте на клетчатой бумаге угол, тангенс которого равен $\frac{5}{3}$.

9.5. Теорема косинусов

Вариант 1

1. Сформулируйте теорему косинусов для стороны PK треугольника PKM (см. рис. 147).

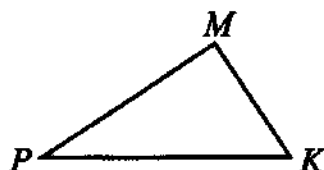


Рис. 147.

2. В треугольнике PKM : $\angle M = 60^\circ$, $MP = 2$ см, $MK = 5$ см. Найдите третью сторону.

3. Косинус угла C треугольника равен $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите угол C .

4. В треугольнике PKM : $PK = \sqrt{61}$, $KM = 5$, $PM = 4$. Найдите угол M треугольника.

Вариант 2

1. Сформулируйте теорему косинусов для стороны CD треугольника CDE (см. рис. 148).

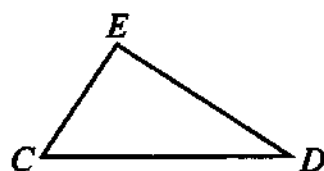


Рис. 148.

2. В треугольнике CDE : $\angle E = 60^\circ$, $CE = 4$ мм, $DE = 3$ мм. Найдите третью сторону.

3. Косинус угла B треугольника равен $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. Найдите угол B .

4. В треугольнике CDE : $CE = 6$, $DE = 2$, $CD = \sqrt{52}$. Найдите угол E треугольника.

9.6. Теорема синусов

Вариант 1

1. Сформулируйте теорему синусов для треугольника AMK , если вокруг него описана окружность радиусом R .

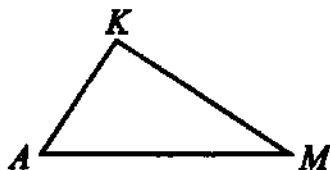


Рис. 149.

2. Стороны треугольника равны 4 см, 6 см и 8 см. Найдите отношения синусов углов этого треугольника.

3. В треугольнике ABC : $AB = 8$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$. Найдите сторону BC .

4. Сторона MK треугольника AMK равна 12 см. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол равен 150° .

Вариант 2

1. Сформулируйте теорему синусов для треугольника BDT , если вокруг него описана окружность радиусом R .

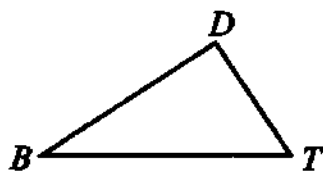


Рис. 150.

2. Стороны треугольника равны 15 см, 20 см и 25 см. Найдите отношения синусов углов этого треугольника.

3. В треугольнике ABC : $AC = 10$ см, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. Найдите сторону BC .

4. Сторона DT треугольника BDT равна 16 см. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол равен 135° .

§ 10. Окружность

10.1. Касательная к окружности

Вариант 1

1. Прямая AB касается окружности с центром O и радиусом 12 см в точке A (см. рис. 151). Найдите AB , если $OB = 20$ см.

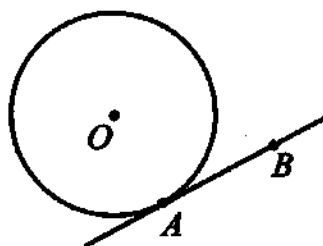


Рис. 151.

2. Прямая CD касается окружности с центром O и радиусом 12 см в точке C (см. рис. 152). Найдите OD , если угол $COD = 60^\circ$.

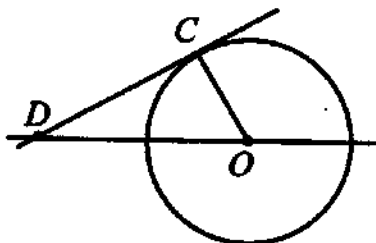


Рис. 152.

3. Дана окружность с центром O и радиусом 8 и точка A (см. рис. 153). Прямые AC и AB касаются окружности в точках C и B . Найдите OA , если угол $BAO = 45^\circ$.

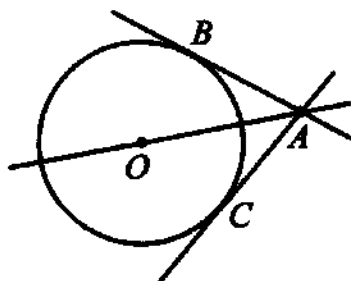


Рис. 153.

Вариант 2

1. Прямая AB касается окружности с центром O и радиусом 5 см в точке B (см. рис. 154). Найдите AB , если $OA = 13$ см.

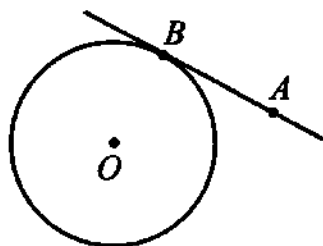


Рис. 154.

2. Прямая CD касается окружности с центром O и радиусом 5 см в точке D (см. рис. 155). Найдите OC , если угол $COD = 60^\circ$.

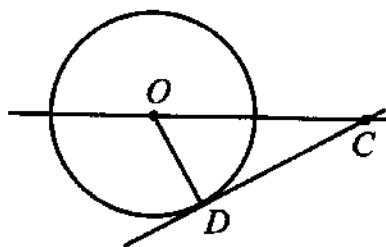


Рис. 155.

3. Дана окружность с центром O и радиусом 9 и точка C (см. рис. 156). Прямые AC и CB касаются окружности в точках A и B . Найдите OC , если угол $BCO = 45^\circ$.

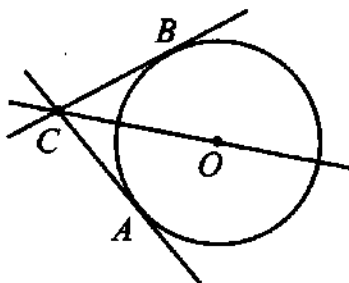


Рис. 156.

10.2. Углы, связанные с окружностью

Вариант 1

1. Какие из углов на рисунке 157 являются:

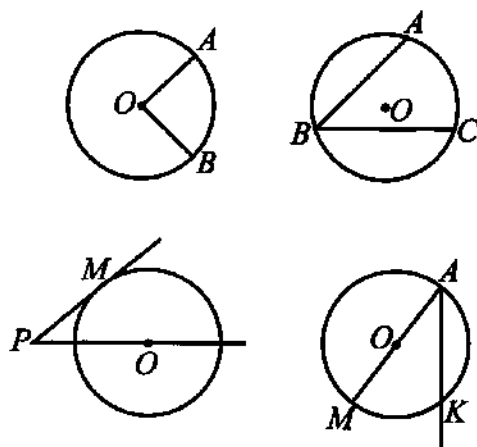


Рис. 157.

а) центральными;

б) вписанными?

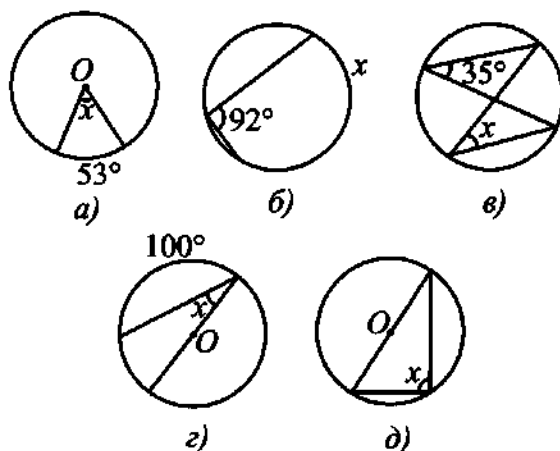
2. По данным рисунка 158 найдите градусную меру x . O — центр окружности.

Рис. 158.

Вариант 2

1. Какие из углов на рисунке 159 являются:

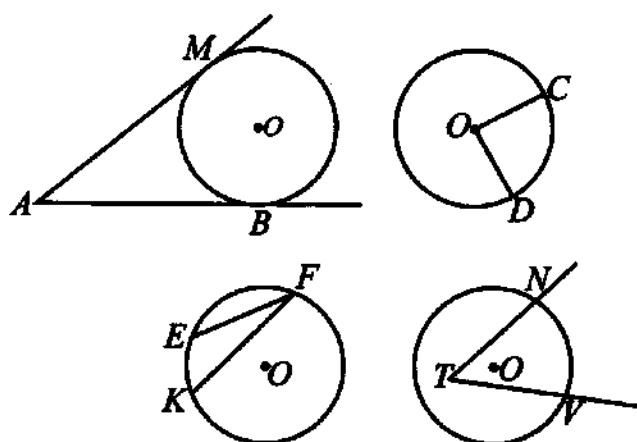


Рис. 159.

а) центральными;

б) вписанными?

2. По данным рисунка 160 найдите x . O — центр окружности.

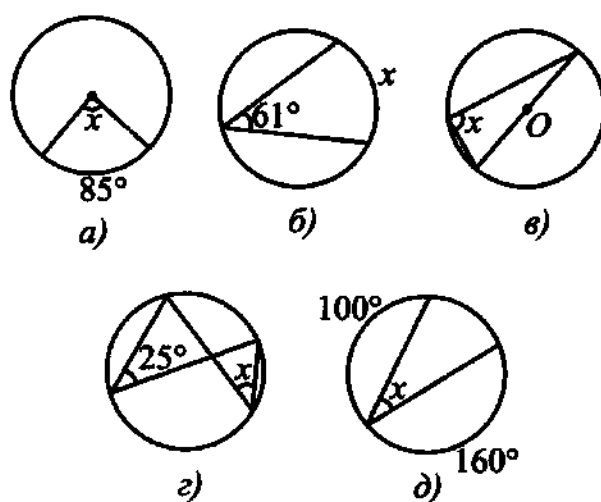


Рис. 160.

10.3. Свойства биссектрисы угла

Вариант 1

1. Из точки A биссектрисы угла B (см. рис. 161) проведён перпендикуляр $AH = 5$ см к стороне угла. Найдите расстояние от точки A до другой стороны угла B .

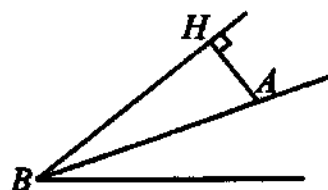


Рис. 161.

2. Стороны угла A касаются окружности с центром O и радиусом 2 см (см. рис. 162). Найдите OA , если $\angle A = 60^\circ$.



Рис. 162.

3. Биссектрисы AA_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке K (см. рис. 163).

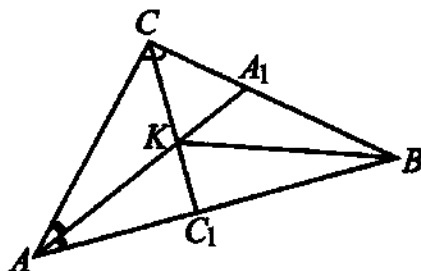


Рис. 163.

а) Найдите угол ABK , если $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle ACB = 80^\circ$.

б) Найдите A_1C , если $AC = 6$, $AB = 8$, $A_1B = 1,6$.

Вариант 2

1. Из точки A биссектрисы угла C (см. рис. 164) проведён перпендикуляр $AM = 3$ см к стороне угла. Найдите расстояние от точки A до другой стороны угла C .

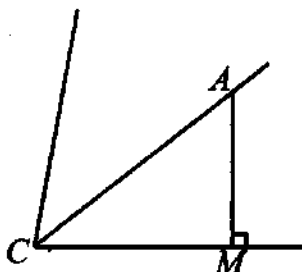


Рис. 164.

2. Стороны угла B касаются окружности с центром O радиусом 4 см (см. рис. 165). Найдите OB , если $\angle B = 60^\circ$.

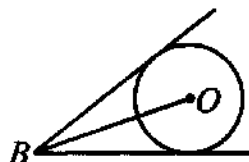


Рис. 165.

3. Биссектрисы AA_1 и BB_1 треугольника ABC пересекаются в точке K (см. рис. 166).

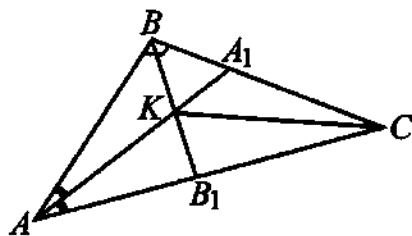


Рис. 166.

а) Найдите угол ACK , если $\angle ABC = 100^\circ$, $\angle BAC = 50^\circ$.

б) Найдите A_1C , если $AB = 4$, $AC = 7$, $A_1B = 0,8$.

10.4. Свойства хорд окружности

Вариант 1

1. В окружности с центром O проведена хорда AB (см. рис. 167). Расстояние от точки O до прямой AB равно 5 см. Найдите радиус окружности, если $AB = 24$ см.

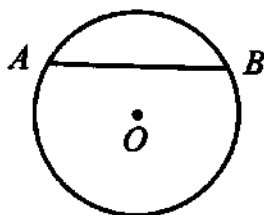


Рис. 167.

2. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M (см. рис. 168). Найдите CM , если $MD = 4$, $AM = 6$, $MB = 8$.

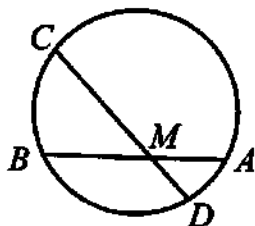


Рис. 168.

3. В окружности с центром O радиусом 3 см проведены диаметр AB и хорда BC (см. рис. 169). Найдите BC , если угол $ABC = 60^\circ$.

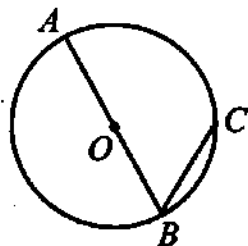


Рис. 169.

Вариант 2

1. В окружности с центром O проведена хорда AB (см. рис. 170). Расстояние от точки O до прямой AB равно 8 см. Найдите радиус окружности, если $AB = 30$ см.

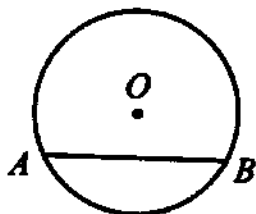


Рис. 170.

2. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K (см. рис. 171). Найдите BK , если $AK = 8$, $KD = 4$, $CK = 6$.

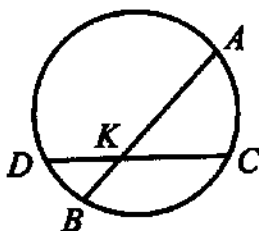


Рис. 171.

3. В окружности с центром O радиусом 7 см проведены диаметр AB и хорда BC (см. рис. 172). Найдите AC , если угол $BAC = 60^\circ$.

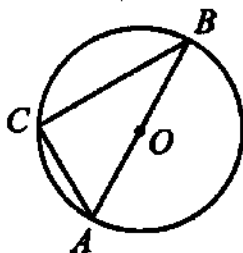


Рис. 172.

10.5. Вписанная окружность

Вариант 1

1. Нарисуйте окружность. Постройте прямоугольный треугольник, описанный около этой окружности.

2. Окружность с центром O вписана в угол MCK . Найдите угол MCK , если $\angle MCO = 38^\circ$.

3. Окружность, вписанная в треугольник ABC (см. рис. 173), делит сторону AC в точке F на два отрезка: $CF = 2$ см и $AF = 3$ см. Найдите периметр треугольника ABC , если $BC = 3$ см.

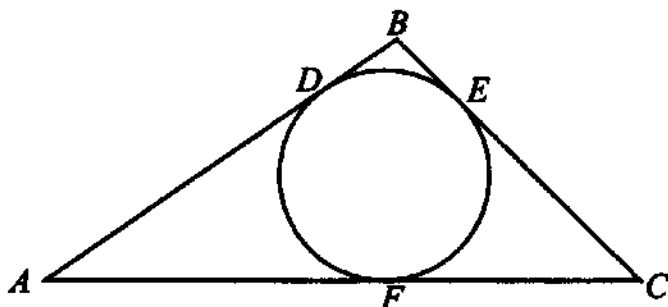


Рис. 173.

4. В равнобедренную трапецию вписана окружность, сумма её оснований равна 20. Найдите боковую сторону трапеции.

5. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиусом 4,5 см (см. рис. 174).

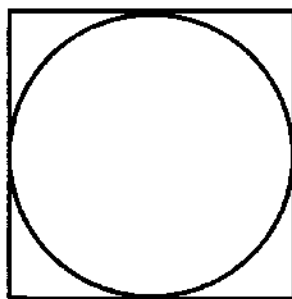


Рис. 174.

Вариант 2

1. Нарисуйте окружность. Постройте тупоугольный треугольник, описанный около этой окружности.

2. Окружность с центром O вписана в угол ABD . Найдите угол ABO , если $\angle ABD = 48^\circ$.

3. Окружность, вписанная в треугольник ABC (см. рис. 175), делит сторону AB в точке M на два отрезка: $AM = 6$ см и $BM = 4$ см. Найдите периметр треугольника ABC , если $AC = 8$ см.

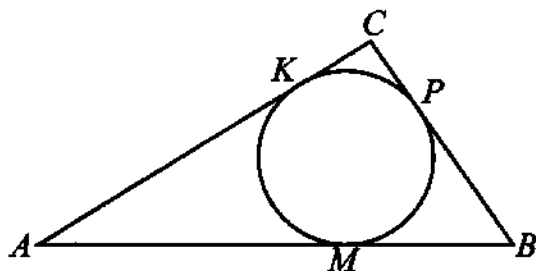


Рис. 175.

4. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Периметр трапеции равен 30. Найдите сумму оснований трапеции.

5. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиусом 2,5 см (см. рис. 176).

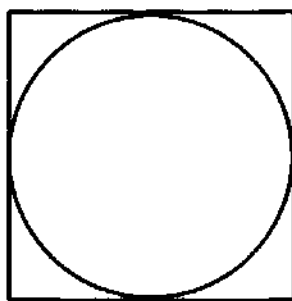


Рис. 176.

10.6. Описанная окружность

Вариант 1

1. Нарисуйте окружность. Постройте тупоугольный треугольник, вписанный в эту окружность.

2. В окружность с центром O вписан треугольник (см. рис. 177). Найдите углы треугольника, если $\sphericalangle AB = 130^\circ$.

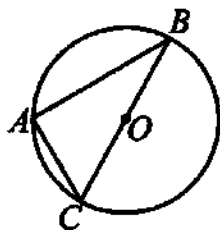


Рис. 177.

3. В треугольнике MPK угол M равен 90° , $MP = 6$, $MK = 8$. Найдите радиус описанной окружности.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 178). Угол D равен 137° . Найдите угол B .

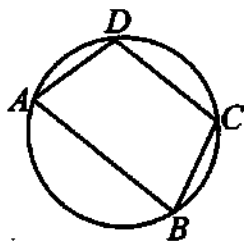


Рис. 178.

Вариант 2

1. Нарисуйте окружность. Постройте прямоугольный треугольник, вписанный в эту окружность.

2. В окружность с центром O вписан треугольник (см. рис. 179). Найдите углы треугольника, если $\sphericalangle BC = 70^\circ$.

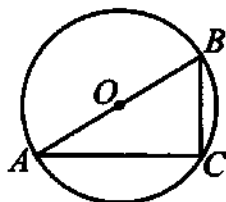


Рис. 179.

3. В треугольнике MNT угол N равен 90° , $MN = 30$, $NT = 40$. Найдите радиус описанной окружности.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 180). Угол A равен 45° . Найдите угол C .

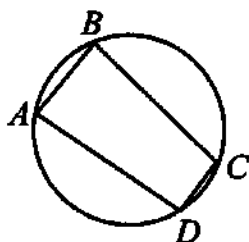


Рис. 180.

10.7. Длина окружности и площадь круга**Вариант 1**

1. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ нарисованы две окружности (см. рис. 181). Найдите:

- а) площадь большего круга;
- б) длину меньшей окружности;
- в) площадь заштрихованной фигуры.

2. На прямоугольном участке размерами $20\text{ м} \times 30\text{ м}$ выкопали круглый бассейн радиусом 3 м . Найдите площадь участка, не занятого бассейном. При вычислениях считайте, что число π равно $3,1$.

3. Две трубы, диаметры которых равны 5 см и 12 см , требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных труб. Каким должен быть диаметр новой трубы?

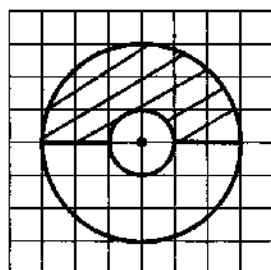


Рис. 181.

Вариант 2

1. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ нарисованы две окружности (см. рис. 182). Найдите:

- а) площадь меньшего круга;
- б) длину большей окружности;
- в) площадь заштрихованной фигуры.

2. На прямоугольном участке размерами $20\text{ м} \times 40\text{ м}$ выкопали круглый бассейн радиусом 2 м . Найдите площадь участка, не занятого бассейном. При вычислениях считайте, что число π равно $3,1$.

3. Две трубы, диаметры которых равны 14 см и 48 см , требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных труб. Каким должен быть диаметр новой трубы?

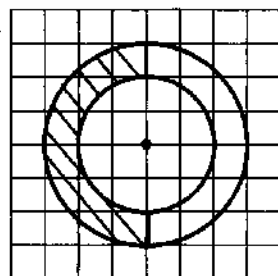


Рис. 182.

§ 11. Векторы

11.1. Понятие вектора

Вариант 1

1. а) Напишите название вектора, изображённого на рисунке 183.

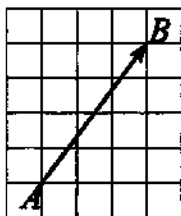


Рис. 183.

б) Запишите начало вектора.

в) Измерьте линейкой и запишите длину вектора.

2. Чему равна длина нулевого вектора?

3. В прямоугольнике $ABCD$: $AB = 9$ см, $BC = 12$ см, M — точка пересечения диагоналей. Найдите длину векторов: а) $\overrightarrow{CD}$, б) $\overrightarrow{AC}$, в) $\overrightarrow{CB}$, г) $\overrightarrow{MC}$.

Вариант 2

1. а) Напишите название вектора, изображённого на рисунке 184.

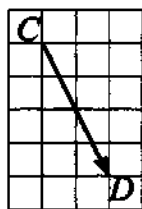


Рис. 184.

б) Запишите начало вектора.

в) Измерьте линейкой и запишите длину вектора.

2. Чему равна длина нулевого вектора?

3. В прямоугольнике $ABCD$: $AB = 12$ см, $BC = 5$ см, K — точка пересечения диагоналей. Найдите длину векторов: а) $\overrightarrow{BA}$, б) $\overrightarrow{AD}$, в) $\overrightarrow{BD}$, г) $\overrightarrow{BK}$.

11.2. Равные векторы

Вариант 1

1. Какие из векторов, изображённых на рисунке 185:

а) равны;

б) противоположно направлены?

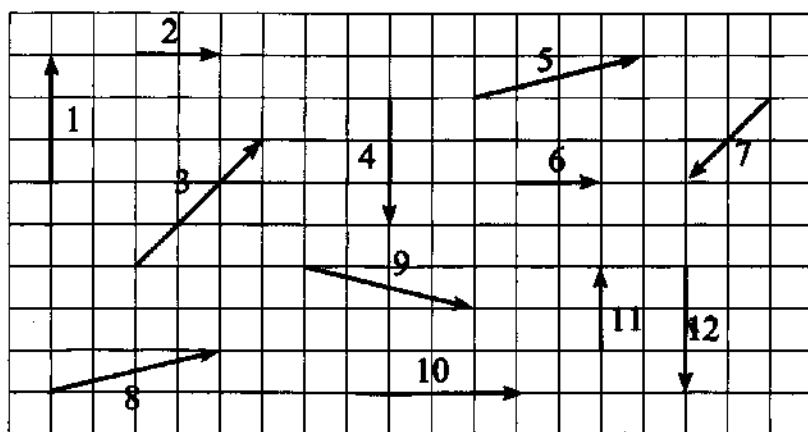


Рис. 185.

2. Нарисуйте векторы, равные векторам 1, 2 и 3 на рисунке 185.

3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Нарисуйте параллелограмм и на рисунке отметьте векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{BO}$ и $\overrightarrow{OC}$. Какие из этих векторов равны?

Вариант 2

1. Какие из векторов, изображённых на рисунке 186:

а) равны;

б) противоположно направлены?

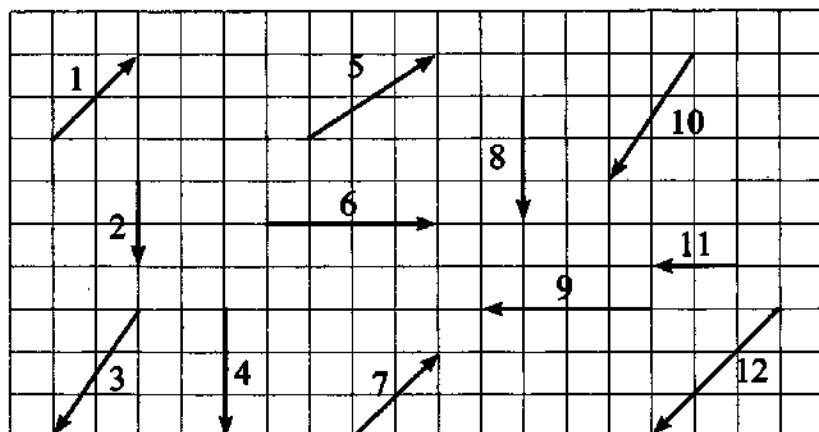


Рис. 186.

2. Нарисуйте векторы, равные векторам 1, 5 и 6 на рисунке 186.

3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Нарисуйте параллелограмм и на рисунке отметьте векторы $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{CO}$ и $\overrightarrow{OA}$. Какие из этих векторов равны?

11.3. Сложение и вычитание векторов

Вариант 1

1. В треугольнике ABC (см. рис. 187) укажите векторы: а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$;
б) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$.

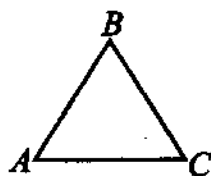


Рис. 187.

2. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (см. рис. 188). Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{c} - \vec{b}$.

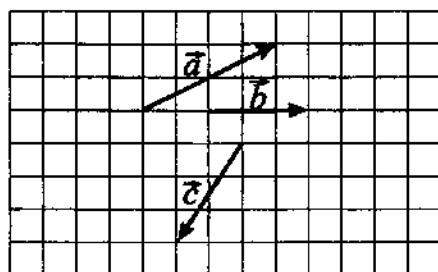


Рис. 188.

3. Пользуясь правилом многоугольника, упростите выражение:

- а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$;
б) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{PK} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Вариант 2

1. В треугольнике MKP (см. рис. 189) укажите векторы: а) $\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KP}$;
б) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{KM}$.

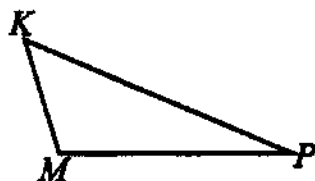


Рис. 189.

2. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (см. рис. 190). Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{c} - \vec{b}$.

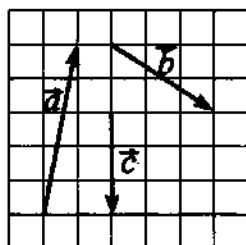


Рис. 190.

3. Пользуясь правилом многоугольника, упростите выражение:

- а) $\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PA}$;
б) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ME}$.

11.4. Умножение вектора на число

Вариант 1

1. На рисунке 191 изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

а) Нарисуйте векторы $2\vec{a}$, $3\vec{b}$, $-2\vec{a}$, $-\frac{1}{2}\vec{b}$.

б) Упростите выражение $2,3\vec{a} + 0,7\vec{b} - 1,3(\vec{a} - \vec{b})$ и нарисуйте получившийся вектор.

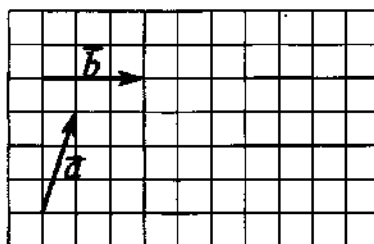


Рис. 191.

2. Найдите числа x , y и k , если: $x \cdot \vec{a} = \vec{b}$; $y \cdot \vec{a} = \vec{c}$; $k \cdot \vec{c} = \vec{a}$. Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ изображены на рисунке 192.

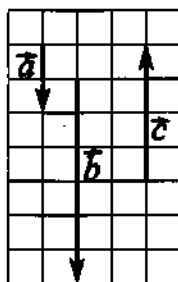


Рис. 192.

Вариант 2

1. На рисунке 193 изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

а) Нарисуйте векторы $2\vec{a}$, $3\vec{b}$, $-2\vec{a}$, $-\frac{1}{2}\vec{b}$.

б) Упростите выражение $4,6\vec{a} - 2,6(\vec{a} - 2\vec{b}) - 4,2\vec{b}$ и нарисуйте получившийся вектор.

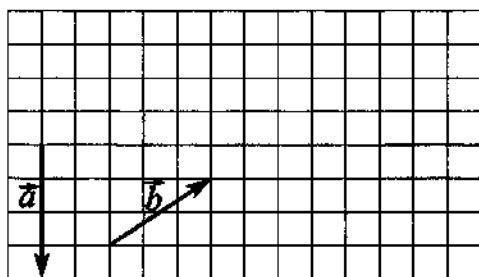


Рис. 193.

2. Найдите числа x , y и k , если: $x \cdot \vec{c} = \vec{a}$; $y \cdot \vec{a} = \vec{b}$; $k \cdot \vec{a} = \vec{c}$. Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ изображены на рисунке 194.

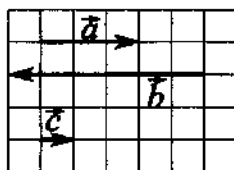


Рис. 194.

§ 12. Метод координат

12.1. Координаты вектора

Вариант 1

1. M — точка пересечения диагоналей параллелограмма $PRST$ (см. рис. 195). Разложите по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{PT}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{PR}$ векторы:

а) $\overrightarrow{PS}$; б) $\overrightarrow{PM}$; в) $\overrightarrow{MR}$.

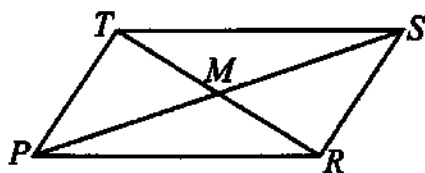


Рис. 195.

2. а) Разложите векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$, изображённые на рисунке 196, по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

б) Запишите координаты векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$.

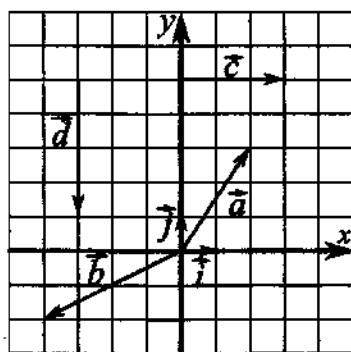


Рис. 196.

3. Начертите прямоугольную систему координат Oxy и координатные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$. Постройте векторы: $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{c} = 2\vec{i}$.

4. Начертите прямоугольную систему координат Oxy и координатные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$. Постройте векторы: $\vec{p} \{3; -4\}$; $\vec{t} \{0; 5\}$.

Вариант 2

1. A — точка пересечения диагоналей параллелограмма $MNBC$. Разложите по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{MC}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{MN}$ векторы:

- а) $\overrightarrow{MB}$; б) $\overrightarrow{MA}$; в) $\overrightarrow{NA}$.

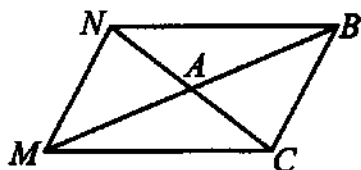


Рис. 197.

2. а) Разложите векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$, изображённые на рисунке 198, по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

- б) Запишите координаты векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$.

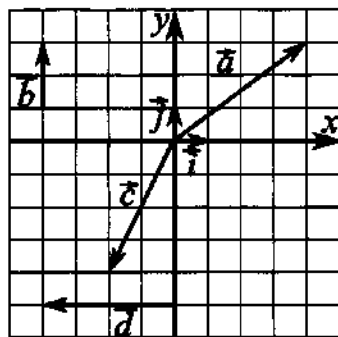


Рис. 198.

3. Начертите прямоугольную систему координат Oxy и координатные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$. Постройте векторы: $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$; $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{c} = 2\vec{j}$.

4. Начертите прямоугольную систему координат Oxy и координатные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$. Постройте векторы: $\vec{p} \{-3; 4\}$; $\vec{t} \{5; 0\}$.

12.2. Свойства координат вектора

Вариант 1

1. Векторы заданы своими координатами: $\vec{a}\{5; -3\}$; $\vec{b}\{6; 5\}$; $\vec{c}\{-9; 0\}$; $\vec{k}\{6; 5\}$, $\vec{p}\{0; -9\}$.

а) Укажите равные векторы.

б) Запишите вектор, противоположный вектору $\vec{a}$.

в) Найдите координаты векторов: $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{c} - \vec{k}$; $3\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{p}$; $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$; $\vec{t} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{p}$.

2. Даны векторы $\vec{a}\{2; 3\}$; $\vec{b}\{-1; 2\}$; $\vec{c}\{-3; 6\}$; $\vec{d}\{4; 6\}$; $\vec{e}\{3; 2\}$. Укажите среди этих векторов попарно коллинеарные.

3. Назовите координаты векторов: а) $2\vec{i} - 8\vec{j}$; б) $4\vec{j}$.

Вариант 2

1. Векторы заданы своими координатами: $\vec{a}\{-5; 3\}$; $\vec{b}\{-6; -5\}$; $\vec{c}\{7; 0\}$; $\vec{k}\{-5; 3\}$, $\vec{p}\{0; 7\}$.

а) Укажите равные векторы.

б) Запишите вектор, противоположный вектору $\vec{a}$.

в) Найдите координаты векторов: $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{c} - \vec{k}$; $3\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{p}$; $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$; $\vec{t} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{p}$.

2. Даны векторы $\vec{a}\{1; 3\}$; $\vec{b}\{-3; -5\}$; $\vec{c}\{2; 6\}$; $\vec{d}\{5; 3\}$; $\vec{e}\{9; 15\}$. Укажите среди этих векторов попарно коллинеарные.

3. Назовите координаты векторов: а) $-7\vec{i} + 2\vec{j}$; б) $5\vec{i}$.

12.3. Прямоугольная система координат

Вариант 1

1. Для заданных точек на координатной плоскости найдите их координаты (см. рис. 199).

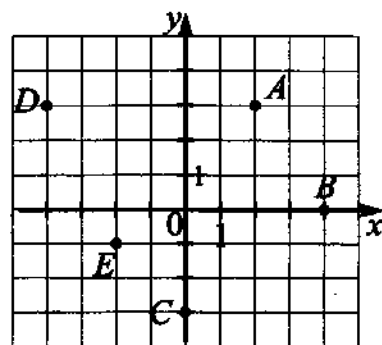


Рис. 199.

2. Нарисуйте прямоугольную систему координат.

а) Отметьте на ней точки $M(5; 1)$, $K(-4; -3)$, $P(4; -2)$, $N(0; 3)$, $F(-3; 0)$.

б) Напишите координаты вектора $\overrightarrow{MP}$.

в) Отложите от точки N вектор $\vec{a}\{-3; 2\}$.

3. Найдите расстояние от начала координат до точки $P(4; -2)$.

4. Найдите координаты середины отрезка MK , если $M(5; 1)$, $K(-4; -3)$.

Вариант 2

1. Для заданных точек на координатной плоскости найдите их координаты (см. рис. 200).

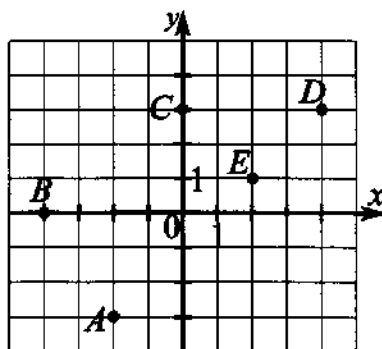


Рис. 200.

2. Нарисуйте прямоугольную систему координат.

а) Отметьте на ней точки $M(-5; -1)$, $K(4; 3)$, $P(-4; 2)$, $N(0; -3)$, $M(3; 0)$.

б) Напишите координаты вектора $\overrightarrow{KP}$.

в) Отложите от точки N вектор $\vec{a}\{-3; 2\}$.

3. Найдите расстояние от начала координат до точки $P(-2; 3)$.

4. Найдите координаты середины отрезка MK , если $M(-5; -1)$, $K(4; 3)$.

12.4. Длина отрезка и вектора. Простейшие задачи в координатах**Вариант 1**

1. Постройте вектор $\vec{a} \{6; -8\}$ и найдите его длину.
2. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{MC}$, если известны координаты точек $M(-1; 4)$ и $C(5; 3)$.
3. Найдите длину отрезка MC , если известны координаты точек $M(-1; 4)$ и $C(5; 3)$.
4. Вектор $\overrightarrow{BC}$ имеет координаты $\{3; -8\}$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{CB}$.

Вариант 2

1. Постройте вектор $\vec{b} \{-3; 4\}$ и найдите его длину.
2. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{KP}$, если известны координаты точек $K(-3; 7)$ и $P(2; 4)$.
3. Найдите длину отрезка KP , если известны координаты точек $K(-3; 7)$ и $P(2; 4)$.
4. Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $\{1; -9\}$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{BA}$.

12.5. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами**Вариант 1**

1. В $\triangle ABC$ известно, что $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$.

2. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, а угол между ними равен 45° .

3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $\vec{m}\{1; -6\}$, $\vec{n}\{4; 2\}$.

4. Для прямоугольного треугольника APN ($\angle P = 90^\circ$) укажите скалярные произведения, равные нулю: а) $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AN}$, б) $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PN}$, в) $\overrightarrow{PN} \cdot \overrightarrow{AN}$, г) $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{AP}$, д) $\overrightarrow{NP} \cdot \overrightarrow{PA}$.

Вариант 2

1. В $\triangle ABC$ известно, что $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

2. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 3$, а угол между ними равен 30° .

3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{n}$ и $\vec{p}$, если $\vec{n}\{6; 2\}$, $\vec{p}\{4; -8\}$.

4. Для прямоугольного треугольника BCD ($\angle B = 90^\circ$) укажите скалярные произведения, равные нулю: а) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD}$, б) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CB}$, в) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$, г) $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{DB}$, д) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{DB}$.

12.6. Уравнение прямой**Вариант 1**

1. Нарисуйте прямую, заданную уравнением: а) $x + y - 3 = 0$; б) $x = 4$; в) $y = -3$.
2. Запишите уравнение координатной прямой Ox .
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат с угловым коэффициентом k , если: а) $k = 1$; б) $k = -2$. Нарисуйте эти прямые.
4. Найдите координаты точки пересечения прямых $x + y - 5 = 0$ и $2x - y - 4 = 0$.

Вариант 2

1. Нарисуйте прямую, заданную уравнением: а) $2x + y + 1 = 0$; б) $x = -4$; в) $y = 3$.
2. Запишите уравнение координатной прямой Oy .
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат с угловым коэффициентом k , если: а) $k = 2$; б) $k = -1$. Нарисуйте эти прямые.
4. Найдите координаты точки пересечения прямых $x + 2y + 3 = 0$ и $3x - 2y - 7 = 0$.

12.7. Уравнение окружности

Вариант 1

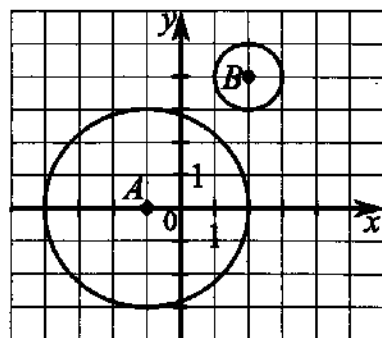


Рис. 201.

1. Найдите координаты центра C и радиус R окружности, заданной уравнением: а) $x^2 + y^2 = 4$; б) $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$. Постройте эти окружности.

2. На рисунке 201 изображены окружности с центрами в точках A и B . Напишите их уравнения.

3. Какая из точек $C(0; 5)$ и $D(2; 3)$ лежит на окружности, заданной уравнением $(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 25$?

4. Найдите радиус окружности с центром в точке $(2; 5)$, касающейся оси Ox .

Вариант 2

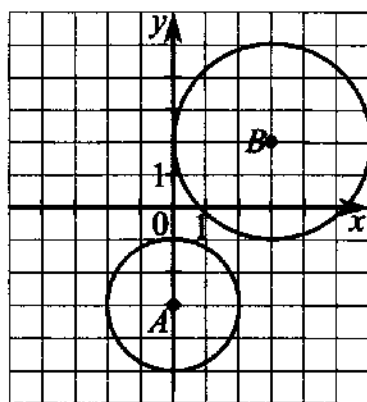


Рис. 202.

1. Найдите координаты центра C и радиус R окружности, заданной уравнением: а) $x^2 + y^2 = 9$; б) $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$. Постройте эти окружности.

2. На рисунке 202 изображены окружности с центрами в точках A и B . Напишите их уравнения.

3. Какая из точек $C(1; 2)$ и $D(-4; 0)$ лежит на окружности, заданной уравнением $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 25$?

4. Найдите радиус окружности с центром в точке $(3; 6)$, касающейся оси Oy .

§ 13. Начальные сведения из стереометрии

13.1. Многогранники

Вариант 1

1. Напишите названия многогранников, изображённых на рисунке 203.

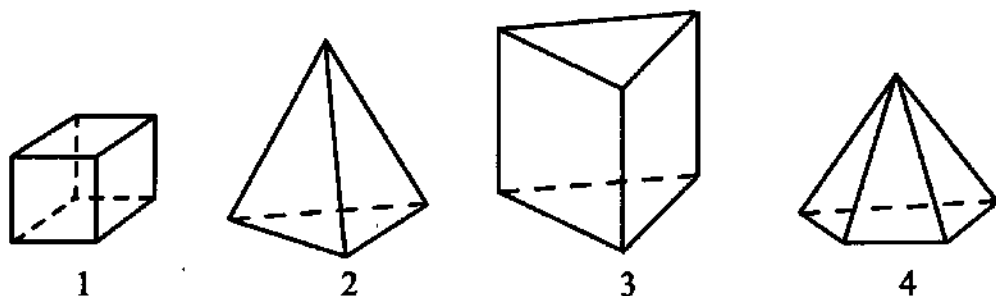


Рис. 203.

2. Сколько рёбер, граней и вершин имеет тетраэдр (см. рис. 204)?

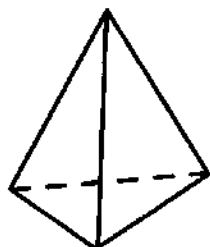


Рис. 204.

3. Изобразите прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью ABC_1 .

4. Найдите диагональ и объём прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 8, 9, 12 (см. рис. 205).

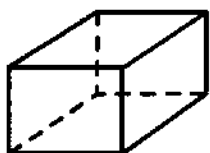
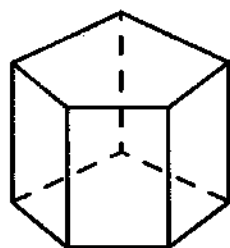


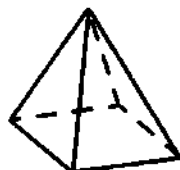
Рис. 205.

Вариант 2

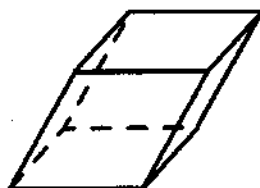
1. Напишите названия многогранников, изображённых на рисунке 206.



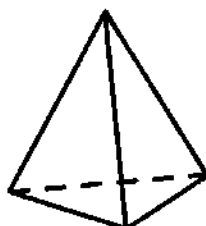
1



2



3



4

Рис. 206.

2. Сколько рёбер, граней и вершин имеет параллелепипед (см. рис. 207)?

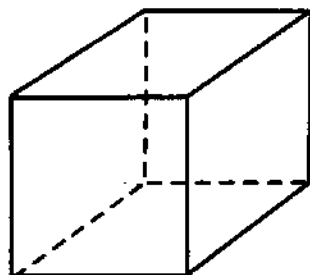


Рис. 207.

3. Изобразите прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью BCD_1 .

4. Найдите диагональ и объём прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 3, 4, 12 (см. рис. 208).

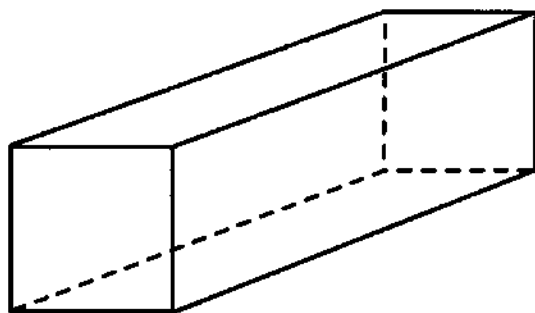


Рис. 208.

13.2. Сфера, конус, цилиндр

Вариант 1

1. Напишите название геометрических тел, изображённых на рисунке 209.

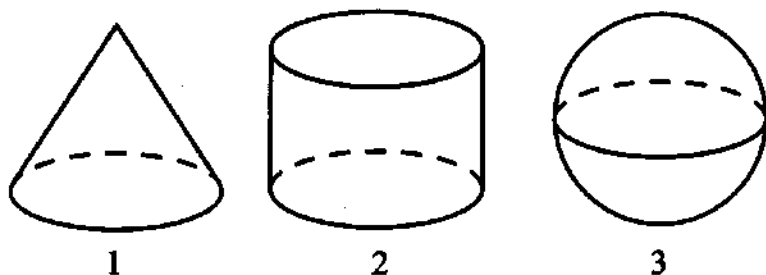


Рис. 209.

2. Найдите объём цилиндра, если радиус его основания равен 5 см, а высота — 8 см (см. рис. 210).

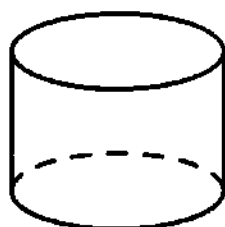


Рис. 210.

3. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания равен 3 см, а образующая равна 5 см.

4. Во сколько раз отличаются объёмы двух шаров, если их радиусы относятся как 1 : 2?

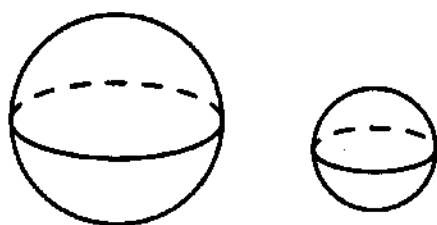
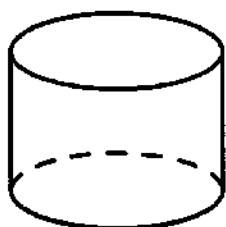


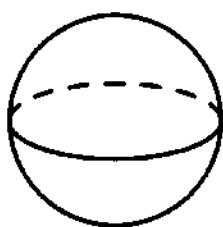
Рис. 211.

Вариант 2

1. Напишите название геометрических тел, изображённых на рисунке 212.



1



2



3

Рис. 212.

2. Найдите объём цилиндра, если радиус его основания равен 2 см, а высота — 6 см (см. рис. 213).

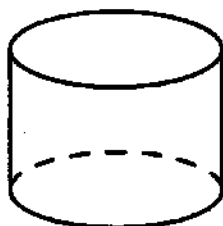


Рис. 213.

3. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания равен 4 см, а образующая равна 7 см.

4. Во сколько раз отличаются объёмы двух шаров, если их радиусы относятся как 1 : 3?

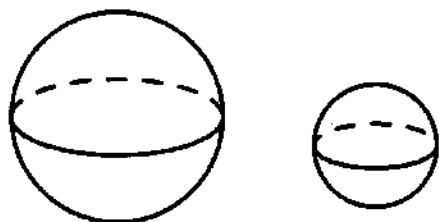


Рис. 214.

Ответы

- 1.1. В1: 2. а) $AB = 2,4$ см; $AC = 3,4$ см; $DE = 1,3$ см. 3. а) нет; б) да; в) нет. 4. а) $CK = 1,5$ см.
 В2: 2. а) $AC = 1,6$ см; $AB = 5,1$ см; $MP = 2$ см. 3. а) нет; б) да; в) да. 4. $4,5$ см.
- 1.2. В1: 2. $\angle AMT$ — тупой, $\angle POK$ — прямой, $\angle DEF$ — острый. 3. 60° .
 4. 15° .
 В2: 2. $\angle PKT$ — тупой, $\angle OBC$ — прямой, $\angle ADE$ — острый. 3. 70° .
 4. 85° .
- 1.3. В1: 1. а) 1 и 2, 3 и 4, 4 и 5; б) 3 и 5, 8 и 9. 2. 145° . 3. 53° . 4. 45° и 135° .
 В2: 1. а) 1 и 2, 2 и 3, 4 и 5; б) 1 и 3, 6 и 9. 2. 68° . 3. 148° . 4. 36° и 144° .
- 1.4. В1: 1. $ABCDE$, 8,5 см. 2. а) $MPKTV$; б) MP , PK , KT , TV , VM ; в) 11 см; г) N ; д) 5.
 В2: 1. $ABCDEF$, 9 см. 2. а) $MNOPST$; б) M , N , O , P , S , T ; в) 11 см; г) X ; д) 9.
- 2.1. В1: 1. а) ABC ; б) $AB = 2,8$ см; $AC = 2,9$ см; $BC = 2,1$ см; $P = 7,8$ см.
 В2: 1. а) CDK ; б) $CD = 1,7$ см; $CK = 3,1$ см; $DK = 2,6$ см; $P = 7,4$ см.
- 2.2. В1: 1. ABC и NKM . 2. APT и TSA .
 В2: 1. BEM и FCP . 2. ABC и ADC .
- 2.3. В1: 1. BCD и SPK . 2. ABC и EDC .
 В2: 1. ABC и MLN . 2. ADO и CBO .
- 2.4. В1: 1. AMK и NDC . 2. AEH и DEH .
 В2: 1. CED и NPM . 2. AHT и AMT .
- 2.5. В1: 1. $\triangle MNK$, $\angle M = \angle N = \angle K$; $\triangle TOP$, $\angle T = \angle P$. 2. 3,5 см.
 3. $\angle C = 70^\circ$, $CM = 4$ см.
 В2: 1. $\triangle ABC$, $\angle A = \angle C$; $\triangle RTQ$, $\angle R = \angle T = \angle Q$. 2. 4 см.
 3. $MH = 4,5$ см, $\angle M = 40^\circ$.

2.6. В1: 1. а) $\angle C > \angle A$; б) $\angle A > \angle B$. 2. $PK > MK = MP$. 3. 110° .
4. Нет.

В2: 1. а) $AB < BC$; б) $BC > AC$. 2. $\angle K = \angle M < \angle P$. 3. 150° .
4. Нет.

2.7. В1: 1. а) нет; б) да. 2. а) 5 см; б) 41 см. 3. A, B и D .

В2: 1. а) да; б) нет. 2. а) 8 см; б) 44 см. 3. A, B и C .

2.8. В1: 2. 37 см. 3. DEF и KRP , ABC и TMN .

В2: 2. 45 см. 3. BSR и KHF , EML и QPC .

2.9. В1: 1. а) AC, AB ; б) 1,2 см. 3. Нет.

В2: 1. а) MP, MK ; б) 1,5 см. 3. Нет.

3.1. В1: 1. а) O ; б) OB, OA, OC ; в) BC ; г) BC, CD . 2. 12 см. 4. 7,5 см.

В2: 1. а) A ; б) AD, AB, AC ; в) BC ; г) BC, BK . 2. 22 мм. 4. 12 см.

3.2. В1: 2. а) пересекаются; б) касаются; в) не имеют общих точек. 3. 5 см.

В2: 2. а) не имеют общих точек; б) касаются; в) пересекаются.
3. 6,5 см.

3.3. В1: 1. а) B ; б) Γ, E ; в) A . 2. а) 8 см; б) 2 см. 3. а) пересекаются; б) не пересекаются.

В2: 1. а) A ; б) B, E ; в) B . 2. а) 6 см; б) 2 см. 3. а) не пересекаются; б) пересекаются.

3.4. В1: 1. 120. 2. 6. 3. 18° . 4. 120° . 5. 10° .

В2: 1. 150. 2. 12. 3. 12° . 4. 150° . 5. 20° .

4.1. В1: 4. Например, $A, B, O, E, Ж, H$.

В2: 4. Например, 0, 3, 8, 880.

4.2. В1: 1. E . 2. Например, $X, Ж, O, H, И$.

В2: 1. K . 2. Например, O, X, N, H .

4.3. В1: 2. 90° , возможны другие ответы, например, 270° . 3. Точка пересечения диагоналей AD и BE , угол 60° .

В2: 2. 180° . 3. Точка пересечения диагоналей, угол 90° .

4.4. В1: 3. $A_1(0; 2)$.

В2: 3. $A_1(2; 4)$.



- 5.1. В1: 1. а) 3 и 7, 4 и 8, 1 и 5, 2 и 6; б) 4 и 5, 2 и 7; в) 4 и 7, 2 и 5.
 2. $\angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 125^\circ$, $\angle 2 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 7 = 55^\circ$. 3. 75° .
 В2: 1. а) 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6, 7 и 8; б) 3 и 6, 2 и 7; в) 2 и 3, 6 и 7.
 2. $\angle 2 = \angle 7 = \angle 5 = 115^\circ$, $\angle 1 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 8 = 65^\circ$. 3. 25° .
- 5.2. В1: 1. $a \parallel d$. 2. $c \parallel p$, $a \parallel t$. 3. а) $a \parallel b$; б) $a \perp b$ (пересекаются).
 В2: 1. $b \parallel c$. 2. $m \parallel n$, $p \parallel k$. 3. а) $b \perp c$ (пересекаются); б) $b \parallel c$.
- 5.3. В1: 1. а) 15° ; б) 90° ; в) 81° ; г) 20° . 2. 90° .
 В2: 1. а) 55° ; б) 30° ; в) 55° ; г) 42° . 2. 140° .
- 5.4. В1: 1. 900° . 2. 120° . 3. 96° . 4. 136.
 В2: 1. 720° . 2. 108° . 3. 72° . 4. 346.
- 5.5. В1: 1. $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = \angle D = 115^\circ$. 2. $KT = 12$ см, $MT = 14$ см.
 3. 70° . 4. 40° .
 В2: 1. $\angle C = 112^\circ$, $\angle B = \angle D = 68^\circ$. 2. $PK = 11$ см, $MK = 17$ см.
 3. 120° . 4. 41° .
- 5.6. В1: 1. AB, CD . 2. 100° . 3. $\angle A = 84^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. 4. 9.
 В2: 1. AD, BC . 2. 50° . 3. $\angle C = 131^\circ$, $\angle D = 110^\circ$. 4. 14.
- 5.7. В1: 1. 100° . 2. 4,6 см. 3. 28.
 В2: 1. 40° . 2. 1,9 см. 3. 36.
- 5.8. В1: 1. 4,5 см. 2. 45° . 3. 12. 4. а) 246; б) 45, в) 4.
 В2: 1. 5,5 мм. 2. 60° . 3. 4 см. 4. а) 36; б) 134; в) 3.
- 6.1. В1: 1. $2,25 \text{ см}^2$. 2. 80 см^2 . 3. 41. 4. 800.
 В2: 1. $1,44 \text{ см}^2$. 2. 72 см^2 . 3. 47. 4. 600.
- 6.2. В1: 1. а) 44. б) 80. в) 36. 2. 10 см.
 В2: 1. а) 100; б) 90; в) 112. 2. 7,5 см.
- 6.3. В1: 1. $S_a = S_b = S_3 = 3$, $S_6 = S_7 = S_d = 4$, $S_e = S_{ж} = 6$. 2. 6 см.
 3. 12 см^2 .
 В2: 1. $S_a = S_6 = S_3 = 4$, $S_b = S_{ж} = 4,5$, $S_7 = S_d = S_e = 5$. 2. 8 см.
 3. 30 см^2 .
- 6.4. В1: 1. 280. 2. 200. 3. 36 4. 12 см^2 .
 В2: 1. 210. 2. 128 3. 72 4. 30 см^2 .

6.5. В1: 1. 70 см^2 . 2. а) 14 см^2 ; б) 20 см^2 ; в) $12,5 \text{ см}^2$. 3. 21.

В2: 1. 45 см^2 . 2. а) 18 см^2 ; б) 14 см^2 ; в) $12,5 \text{ см}^2$. 3. 14.

7.1. В1: 1. 13 см. 2. 12 м^2 . 3. 12 см. 4. $h = 24$, $S = 480$.

В2: 1. 17 мм. 2. 48 м^2 . 3. 10 м. 4. $h = 7$, $S = 210$.

7.2. В1: 1. 41 км. 2. 3 м. 3. 0,9 м.

В2: 1. 52 км. 2. 1,4 м. 3. 4 м.

7.3. В1: 1. 600. 2. а) 4; б) 2 и 3. 3. 300. 4. 5 и 13.

В2: 1. 24. 2. а) 12; б) 5 и 8. 3. 48. 4. 12 и 13.

7.4. В1: 1. 264 см^2 . 2. 400 м. 3. 90. 4. 104 см^2 .

В2: 1. 225 см^2 . 2. 160 м. 3. 96. 4. 500 см^2 .

8.1. В1: 1. нет. 2. 12 см и 14 см. 3. 8,75. 4. $\frac{BC}{ED} = \frac{AB}{DF}$.

В2: 1. да. 2. 4,5 см и 6 см. 3. 4,8. 4. $\frac{BC}{ED} = \frac{AC}{DF}$.

8.2. В1: 1. $\triangle ABC \sim \triangle TSV$ (по 2 углам), $\triangle KMN \sim \triangle ZXW$
(по 3 сторонам). 2. 18 см, 24 см, 27 см (или 2 см, $2\frac{2}{3}$ см, 3 см).

3. 27 см и 19,8 см.

В2: 1. $\triangle ABC \sim \triangle GXU$ (по 2 углам), $\triangle KLM \sim \triangle SRT$
(по 2 сторонам и углу между ними). 2. 10 см, 24 см, 32 см (или 2,5 см, 6 см, 8 см). 3. 4,8 мм и 5,4 мм.

8.3. В1: 1. 4 м. 2. 5 м.

В2: 1. 1,6 м. 2. 6,4 м.

8.4. В1: 1. 4 : 25. 2. $\frac{7}{3}$; 90 см^2 . 3. 18.

В2: 1. 49 : 9. 2. $\frac{5}{4}$; 160 см^2 . 3. 250.

8.5. В1: 1. 1 и 4. 2. 6. 3. 10.

В2: 1. 2 3 4. 2. 7. 3. 160.

8.6. В1: 1. CE . 2. а) 6; б) 21; в) 20.

В2: 1. BM . 2. а) 4; б) 15; в) 25.

9.1. В1: 1. $\sin C = \frac{AB}{BC}$; $\cos C = \frac{AC}{BC}$; $\operatorname{tg} C = \frac{AB}{AC}$. 2. $\sin C = 0,6$;
 $\cos C = 0,8$; $\operatorname{tg} C = 0,75$. 3. 15.

В2: 1. $\sin C = \frac{AB}{AC}$; $\cos C = \frac{BC}{AC}$; $\operatorname{tg} C = \frac{AB}{BC}$. 2. $\sin C = 0,6$;
 $\cos C = 0,8$; $\operatorname{tg} C = 0,75$. 3. 12.

9.2. В1: 1. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. 2. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. 3. $\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$. 4. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. 5. Нет.
6. $-0,4$.

В2: 1. $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$. 2. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. 3. $\operatorname{tg} B = \frac{\sin B}{\cos B}$. 4. $\frac{3}{\sqrt{7}}$. 5. Нет.
6. $-0,2$.

9.3. В1: 1. $S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$. 2. 25 см^2 . 3. 30° и 60° . 4. $\frac{5}{13}$.

В2: 1. $S = \frac{1}{2}bc \sin \beta$. 2. 12 см^2 . 3. 30° и 60° . 4. $\frac{9}{40}$.

9.4. В1: 1. а) 0,8; б) 1. 2. $\frac{5}{13}$.

В2: 1. а) 2,5; б) 1. 2. $\frac{12}{13}$.

9.5. В1: 1. $PK^2 = PM^2 + KM^2 - 2PM \cdot KM \cdot \cos M$. 2. $\sqrt{19} \text{ см}$. 3. 135° .
4. 120° .

В2: 1. $CD^2 = CE^2 + DE^2 - 2CE \cdot DE \cdot \cos E$. 2. $\sqrt{13} \text{ мм}$. 3. 150° .
4. 120° .

9.6. B1: 1. $\frac{AM}{\sin K} = \frac{AK}{\sin M} = \frac{MK}{\sin A} = 2R$. 2. 2 : 3 : 4. 3. $4\sqrt{6}$ см. 4. 12 см.

B2: 1. $\frac{BD}{\sin T} = \frac{BT}{\sin D} = \frac{DT}{\sin B} = 2R$. 2. 3 : 4 : 5. 3. $10\sqrt{2}$ см.

4. $8\sqrt{2}$ см.

10.1. B1: 1. 16 см. 2. 24 см. 3. $8\sqrt{2}$.

B2: 1. 12 см. 2. 10 см. 3. $9\sqrt{2}$.

10.2. B1: 1. а) AOB ; б) ABC , MAK . 2. а) 53° ; б) 184° ; в) 35° ; г) 40° ; д) 90° .

B2: 1. а) COD ; б) EFK . 2. а) 85° ; б) 122° ; в) 90° ; г) 25° ; д) 50° .

10.3. B1: 1. 5 см. 2. 4 см. 3. а) 20° ; б) 1,2.

B2: 1. 3 см. 2. 8 см. 3. а) 15° ; б) 1,4.

10.4. B1: 1. 13 см. 2. 12. 3. 3 см.

B2: 1. 17 см. 2. 3. 3. 7 см.

10.5. B1: 2. 76° . 3. 12 см. 4. 10. 5. 81 см^2 .

B2: 2. 24° . 3. 24 см. 4. 15. 5. 25 см^2 .

10.6. B1: 2. $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 25^\circ$, $\angle C = 65^\circ$. 3. 5. 4. 43° .

B2: 2. $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 90^\circ$. 3. 25. 4. 135° .

10.7. B1: 1. а) $9\pi \text{ см}^2$; б) $2\pi \text{ см}$; в) $4\pi \text{ см}^2$. 2. $572,1 \text{ м}^2$. 3. 13 см.

B2: 1. а) $4\pi \text{ см}^2$; б) $6\pi \text{ см}$; в) $2,5\pi \text{ см}^2$. 2. $787,6 \text{ м}^2$. 3. 50 см.

11.1. B1: 1. а) $\overrightarrow{AB}$; б) A ; в) 2,1 см. 2. 0. 3. а) 9 см; б) 15 см; в) 12 см; г) 7,5 см.

B2: 1. а) $\overrightarrow{CD}$; б) C ; в) 1,8 см. 2. 0. 3. а) 12 см; б) 5 см; в) 13 см; г) 6,5 см.

11.2. B1: 1. а) 2 и 6, 5 и 8, 4 и 12; б) 1 и 12, 1 и 4, 4 и 11, 11 и 12, 3 и 7.

3. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

B2: 1. а) 1 и 7, 4 и 8, 3 и 10; б) 1 и 12, 7 и 12, 6 и 9, 6 и 11. 3. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$.

11.3. B1: 1. а) $\overrightarrow{AC}$; б) $\overrightarrow{CA}$. 3. а) $\overrightarrow{AE}$; б) $\overrightarrow{MB}$.

B2: 1. а) $\overrightarrow{MP}$; б) $\overrightarrow{KP}$. 3. а) $\overrightarrow{BA}$; б) $\overrightarrow{AM}$.

11.4. В1: 1. 6) $\vec{a} + 2\vec{b}$. 2. $x = 3; y = -2; k = -0,5$.

В2: 1. 6) $2\vec{a} + \vec{b}$. 2. $x = 3; y = -2; k = \frac{1}{3}$.

12.1. В1: 1. а) $\vec{a} + \vec{b}$; 6) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; в) $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$. 2. а) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$;
 $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j}$; $\vec{c} = 3\vec{i}$; $\vec{d} = -4\vec{j}$; 6) $\vec{a}\{2; 3\}$; $\vec{b}\{-4; -2\}$;
 $\vec{c}\{3; 0\}$; $\vec{d}\{0; -4\}$.

В2: 1. а) $\vec{a} + \vec{b}$; 6) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; в) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$. 2. а) $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$;
 $\vec{b} = 2\vec{j}$; $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{d} = -4\vec{i}$; 6) $\vec{a}\{4; 3\}$; $\vec{b}\{0; 2\}$;
 $\vec{c}\{-2; -4\}$; $\vec{d}\{-4; 0\}$.

12.2. В1: 1. а) $\vec{b} = \vec{k}$; 6) $\{-5; 3\}$; в) $(\vec{a} + \vec{b})\{11; 2\}$; $(\vec{c} - \vec{k})\{-15; -5\}$;
 $3\vec{a}\{15; -9\}$; $\frac{1}{2}\vec{p}\{0; -4,5\}$; $\vec{u}\{-14; -26\}$; $\vec{t}\{-1; 1\}$. 2. $\vec{a}$ и $\vec{d}$;
 $\vec{b}$ и $\vec{c}$. 3. а) $\{2; -8\}$; 6) $\{0; 4\}$.

В2: 1. а) $\vec{a} = \vec{k}$; 6) $\{5; -3\}$; в) $(\vec{a} + \vec{b})\{-11; -2\}$; $(\vec{c} - \vec{k})\{12; -3\}$;
 $3\vec{a}\{-15; 9\}$; $\frac{1}{2}\vec{p}\{0; 3,5\}$; $\vec{u}\{14; 26\}$; $\vec{t}\{1; 1\}$. 2. $\vec{a}$ и $\vec{c}$; $\vec{b}$ и $\vec{e}$.
 3. а) $\{-7; 2\}$; 6) $\{5; 0\}$.

12.3. В1: 1. $A(2; 3)$, $B(4; 0)$, $C(0; -3)$, $D(-4; 3)$, $E(-2; -1)$. 2. 6) $(-1; -3)$.
 3. $2\sqrt{5}$. 4. $(0,5; -1)$.

В2: 1. $A(-2; -3)$, $B(-4; 0)$, $C(0; 3)$, $D(4; 3)$, $E(2; 1)$. 2. 6) $(-8; -1)$.
 3. $\sqrt{13}$. 4. $(-0,5; 1)$.

12.4. В1: 1. 10. 2. $\{6; -1\}$. 3. $\sqrt{37}$. 4. $\{-3; 8\}$.

В2: 1. 5. 2. $\{5; -3\}$. 3. $\sqrt{34}$. 4. $\{-1; 9\}$.

12.5. В1: 1. 80° . 2. $\frac{15\sqrt{2}}{2}$. 3. -8 . 4. 6); д).

В2: 1. 40° . 2. $\frac{21\sqrt{3}}{2}$. 3. 8. 4. в); д).

12.6. B1: 2. $y = 0$. 3. а) $y = x$; б) $y = -2x$. 4. (3; 2).

B2: 2. $x = 0$. 3. а) $y = 2x$; б) $y = -x$. 4. (1; -2).

12.7. B1: 1. а) $C(0; 0)$, $R = 2$; б) $C(2; -4)$; $R = 3$. 2. $(x + 1)^2 + y^2 = 9$;
 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 1$. 3. D. 4. 5.

B2: 1. а) $C(0; 0)$, $R = 3$; б) $C(-4; 2)$; $R = 4$. 2. $x^2 + (y + 3)^2 = 4$;
 $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$. 3. C. 4. 3.

13.1. B1: 2. 6; 4; 4. 4. 17; 864.

B2: 2. 12; 6; 8. 4. 13; 144.

13.2. B1: 2. $200\pi \text{ см}^3$. 3. $15\pi \text{ см}^2$. 4. 8.

B2: 2. $24\pi \text{ см}^3$. 3. $28\pi \text{ см}^2$. 4. 27.

ОГЭ

Учебное издание

Коннова Елена Генриевна

Ханин Дмитрий Игоревич

**ГЕОМЕТРИЯ. 7–9-е КЛАССЫ.
БЫСТРЫЙ КОНТРОЛЬ НА УРОКЕ**

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

Обложка Н. Раевская

Компьютерная верстка И. Кулабухов

Корректоры Л. Аллахвердан, С. Верескун, В. Пампура

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 08.11.2018.

Формат 70×100 ¹/₁₆. Бумага типографская.

Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,03.

Тираж 4 000 экз. Заказ № 7977.

ООО «ЛЕГИОН-М»

Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.

Адрес редакции: 344082, г. Ростов-на-Дону, ул. Согласия, 7.

www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано с готового оригинал-макета

ООО «Принт-М», 142300, М.О., г.Чехов, ул. Полиграфистов, д.1

ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

